8 排序

董洪伟

http://hwdong.com

主要内容

- 什么是排序
- 内部排序
  - 插入式排序：直接插入排序法、希尔排序法
  - 交换式排序：气泡法、快速排序法
  - 选择式排序：直接选择排序法、锦标赛排序法、堆排序
  - 归并排序
- 各种内部排序方法的比较

什么是排序

- **排序：** 按照一定的规则，对一系列数据进行排列
- **数据表：** 待排序的数据对象的有限集合

5	0	2	9	4	3	7	1	4	6

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

排序码

- 通常数据对象有多个属性域，即多个数据成员组成

- 用哪个属性域作为排序码，要视具体的应用需要而定

- 比如描述学生数据有姓名、学号、年龄、成绩等属性域，可以按照学号排序，也可以按照姓名、年龄等等

排序码

例：

按学号排序：

姓名	学号	年龄
张三	1	21
李四	2	20
王五	3	20

按年龄排序：

姓名	学号	年龄
王五	3	20
李四	2	20
张三	1	21

排序算法的稳定性

- 如果某排序算法 不改变具有相同排序码的前后次序。该算法称为稳定的排序算法。否则该算法就是不稳定的。如

4 4 1

排序后：

4 4 1

内部排序、外部排序

- 内部排序
  - 数据对象全部存放在内存中进行的排序
- 外部排序
  - 数据对象个数太多，不能同时存放在内存中，只能存放在外部存储器中，根据排序过程的要求，取一部分到内存中来排序，然后再存回外部存储器

排序算法优劣的衡量

- 时间复杂度
  - 平均情况
  - 最好情况和最差情况：有一些算法，其复杂度受最初数据的排列情况影响较大
- 空间复杂度
  - 排序时所需的额外的存储空间
  - 额外：指除了存放数据以外还需要的

排序码的比较

- `bool LT(ElemType &a, ElemType &b);`

【例】:

```
typedef struct{
    int age; double score;
} student;


typedef student ElemType;
bool LT(ElemType &a, ElemType &b){
    return a.score < b.score;
}
```

排序的对象：线性表(顺序表或链式表)

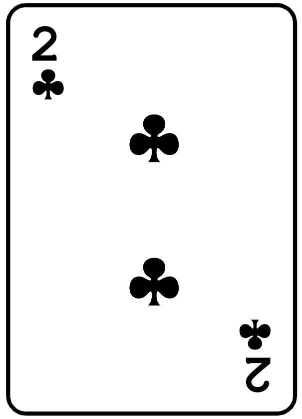
a) ElemType data[100]; int length;

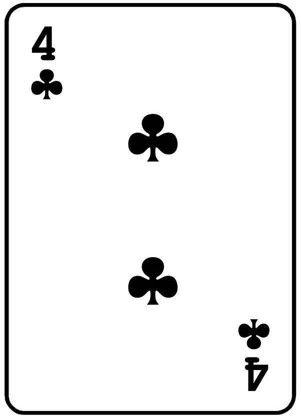
b)
```
typedef struct{
    ElemType r[100];
    int length;
}SqList;
```

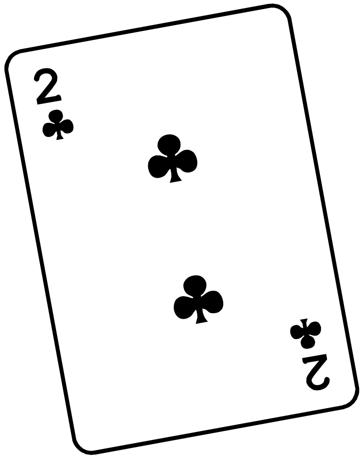
c)
```
typedef struct{
    ElemType *r;
    int listsize, length;
}SqList;
```

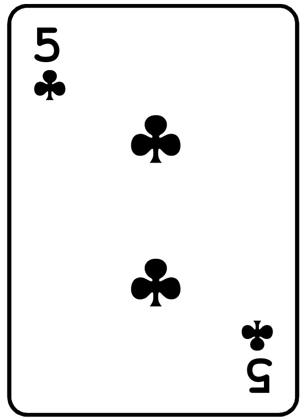
插入式排序

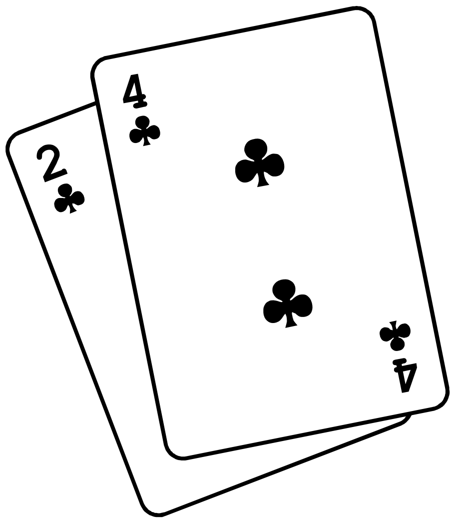
- 基本思想：
  - 每一步将一个待排序的对象，按其排序码大小，插入到前面已经排好序的一组对象的适当位置上，直到全部插入为止
  - 类比：扑克牌抓牌

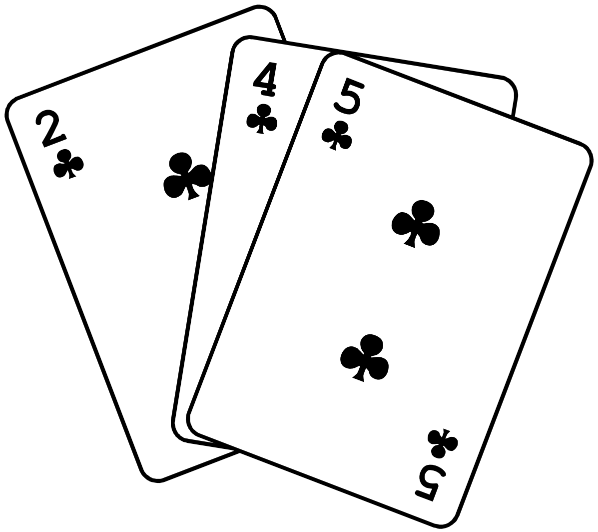

2
2

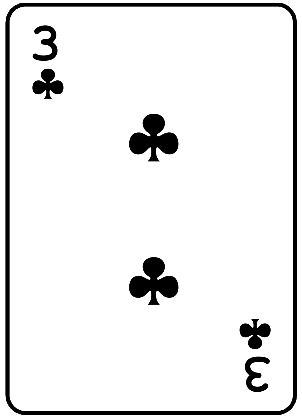

4


2


5
5


2
4
4


2
4
5


3

直接插入排序：基本思想

- 假设当插入第**i(i>=1)**个元素时，前面的**V[1]，V[2],...,V[i-1]**都已经排好了序

- 这时，用**V[i]**的排序码与**V[i-1]，V[i-2],...V[1]**的排序码进行比较，找到正确的插入位置，将**V[i]**插入，原来位置上的对象向后顺移

直接插入排序：基本思想

- 例

i

49	38	65	97	76	13	27

直接插入排序：基本思想

- 例

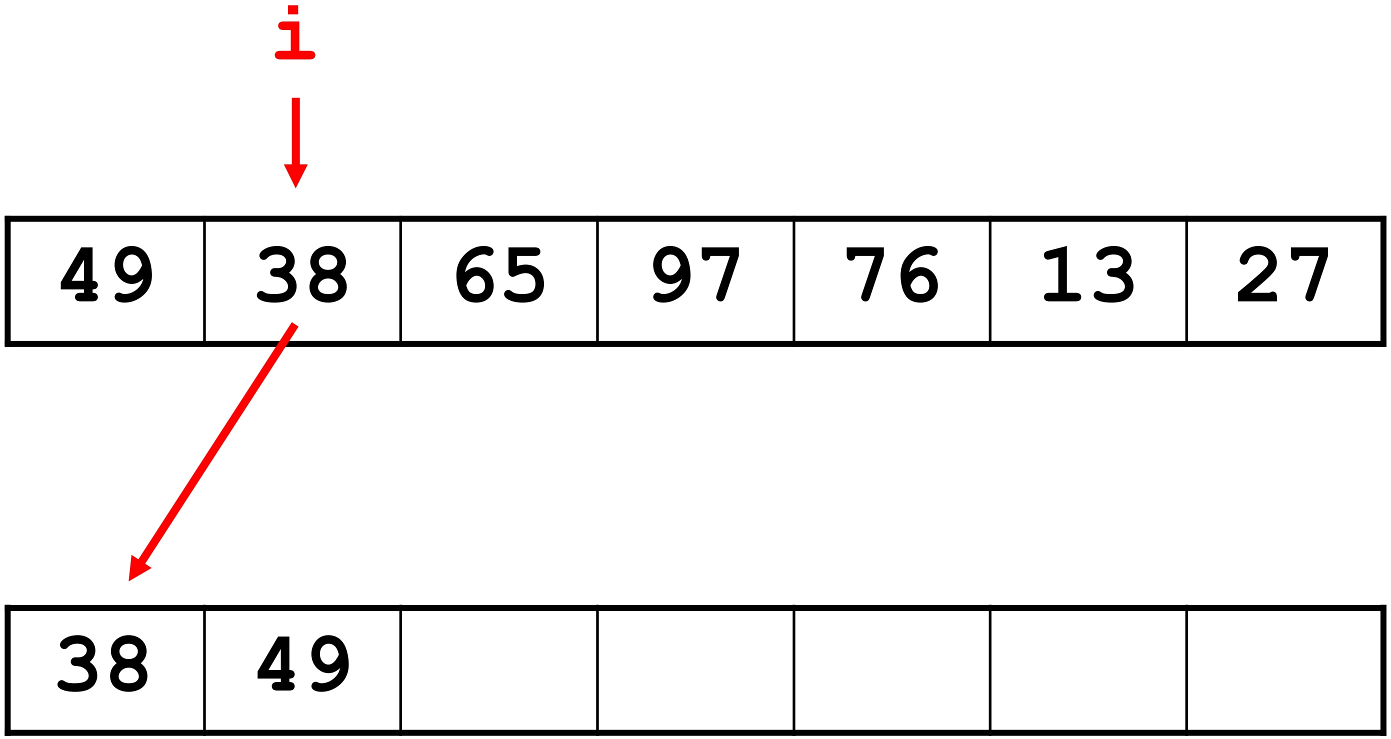
i

49	38	65	97	76	13	27

49						

直接插入排序：基本思想

- 例



直接插入排序：基本思想

- 例

i

49	38	65	97	76	13	27

38	49	65				

直接插入排序：基本思想

- 例

i

49	38	65	97	76	13	27

38	49	65	97			

直接插入排序：基本思想

- 例

i

49	38	65	97	76	13	27

38	49	65	97			

直接插入排序：基本思想

- 例

i

49	38	65	97	76	13	27

38	49	65	76	97		

直接插入排序：基本思想

- 例

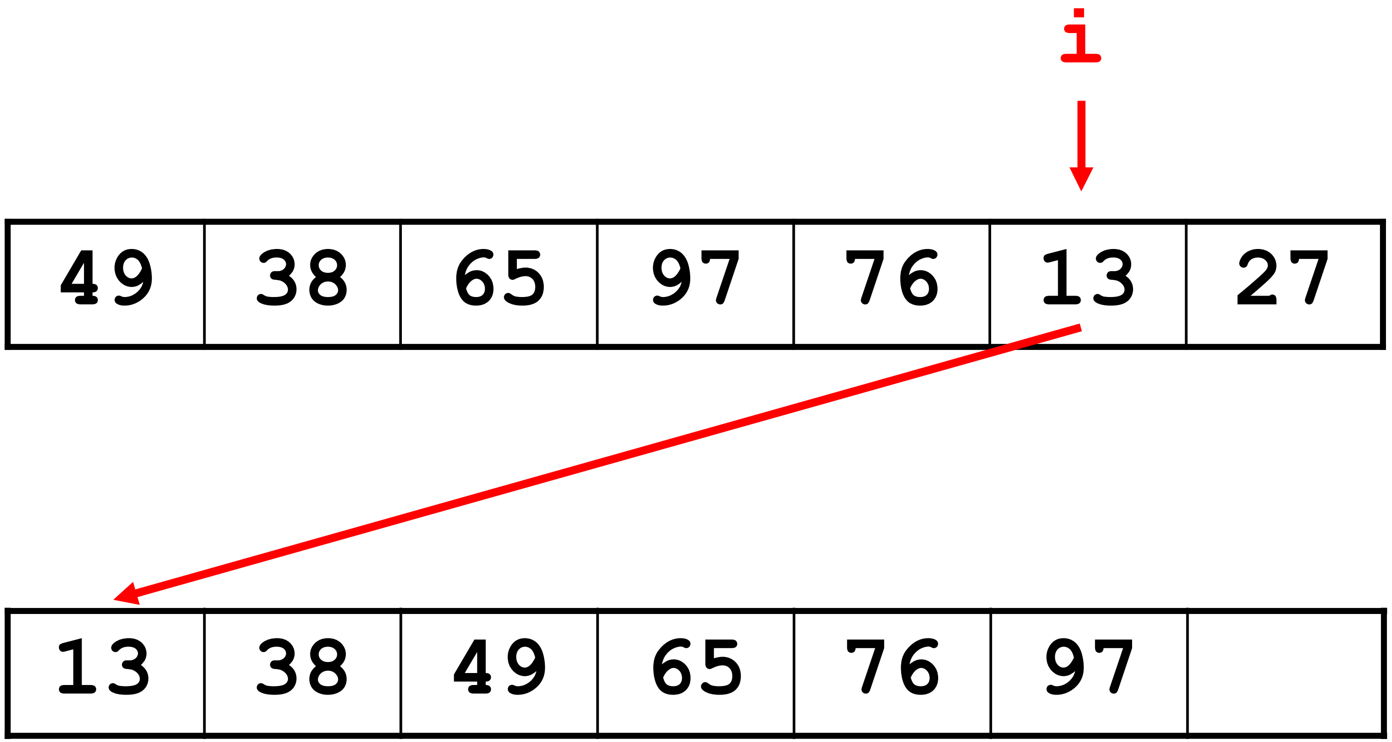
i

49	38	65	97	76	13	27

38	49	65	76	97		

直接插入排序：基本思想

- 例



直接插入排序：基本思想

- 例

i

49	38	65	97	76	13	27

13	38	49	65	76	97	

直接插入排序：基本思想

- 例

i

49	38	65	97	76	13	27

13	27	38	49	65	76	97

```
void InsertSort(SqList &L) {
 for(i = 2; i <= L.length; i ++)
   if(LT(L.r[i], L.r[i-1])){     //i比i-1小
     L.r[0] = L.r[i];     //用r[0]先记录r[i]的值
     L.r[i] = L.r[i-1];    //r[i-1]后移一个单元

     //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
     for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];        //每个元素后移

     L.r[j+1] = L.r[0];     //最后把r[0]写入
   }
}
```

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1])) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];          //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

i ↓

0	1	2	3	4	5	6	7
	38	65	97	76	13	27	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1])) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];              //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

i

0	1	2	3	4	5	6	7
	38	65	97	76	13	27	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];             //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

		j		i			
0	1	2	3	4	5	6	7
76	38	65	76	97	13	27	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];           //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

			j		i		
0	1	2	3	4	5	6	7
13	38	65	76	76	97	27	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];         //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];       //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];          //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];       //最后把r[0]写入
  }
```

		j			i		
0	1	2	3	4	5	6	7
13	38	65	65	76	97	27	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];          //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

j ↓					i ↓		
0	1	2	3	4	5	6	7
13	38	38	65	76	97	27	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];             //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

j					i		
0	1	2	3	4	5	6	7
13	13	38	65	76	97	27	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];           //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

				j		i	
0	1	2	3	4	5	6	7
27	13	38	65	76	76	97	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];           //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

			j			i	
0	1	2	3	4	5	6	7
27	13	38	65	65	76	97	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];            //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

		j				i	
0	1	2	3	4	5	6	7
27	13	38	38	65	76	97	49

```
for(i = 2; i <= L.length; i ++)
  if(LT(L.r[i], L.r[i-1]) //i比i-1小
  {
    L.r[0] = L.r[i];          //用r[0]先记录r[i]的值
    L.r[i] = L.r[i-1];        //r[i-1]后移一个单元
    //从i-2开始，往左扫描，直到找到一个<=r[0]的
    for(j=i-2; LT(L.r[0], L.r[j]); j--)
        L.r[j+1] = L.r[j];          //每个元素后移
    L.r[j+1] = L.r[0];        //最后把r[0]写入
  }
```

	j					i	
0	1	2	3	4	5	6	7
27	13	27	38	65	76	97	49

时间复杂度

- 最好的情况：**O(n)**
  - 数列已经排好序，只需要比较**n-1**次

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

时间复杂度

- 最差的情况：O(n²)
  - 排序之前是逆序

7	6	5	4	3	2	1

6	7	5	4	3	2	1

时间复杂度

- 最差的情况：**O(n^2)**
  - 排序之前是逆序

6	7	5	4	3	2	1

5	6	7	4	3	2	1

  - **n-1**次插入，每次都应插入到最左
  - 而每次插入从最右开始扫描直到最左，需要比较**i**次
  - 所以总的比较次数 $= \sum_{i=2}^{n} i = (n+2)(n-1)/2$

时间复杂度

- 平均情况：$O(n^2)$
  - n-1次插入，每次插入从最右开始扫描直到遇见一个比当前元素小的，平均需要比较i/2次
- 空间复杂度
  - O(1)
  - 第0个数组空间用来存放临时数据
- 稳定性：
  - 稳定

折半插入排序

- 基本思想
  - 基本思想跟直接插入排序相同
  - 不同在于在查找插入位置时
    - 直接插入排序是采用顺序查找法
    - 折半插入排序采用折半查找法（即二分法）

希尔排序

- 希尔排序：又称缩小增量排序
- 基本思想：
  - 设待排序列有**n**个元素，取一整数**gap(gap<n)**作为间隔，将全部元素分为**gap**个子序列，所有距离为**gap**的元素放在同一个子序列中
  - 在每一个子序列中分别采用直接插入排序
  - 然后缩小间隔**gap**，例如取**gap = gap/2**，重复上述的子序列划分和排序工作
  - 直到最后取**gap = 1**，将所有元素放在同一个序列中排序为止

- 例
  - 第一趟排序，**gap = 5**

49 38 65 97 76 13 27 49′ 55 04

49 13

38 27

65 49′

97 55

76 04

13 27 49′ 55 04 49 38 65 97 76

– 第二趟排序，**gap = 3**

13 27 49′ 55 04 49 38 65 97 76

13 55 38 76

27 04 65

49′ 49 97

13 04 49′ 38 27 49 55 65 97 76

–第三趟排序，**gap = 1**

13 04 49′ 38 27 49 55 65 97 76

04 13 27 38 49′ 49 55 65 76 97

希尔排序

- 回顾直接插入排序的特点：
  - 数据大致有序时最快，**O(n)**
- 希尔排序的原理
  - 开始时**gap**的值较大，子序列中的元素较少，排序速度较快
  - 随着排序进展，**gap**值逐渐变小，子序列中元素个数变多，但是由于前面工作的基础，大多数元素已基本有序，所以排序速度仍然很快

希尔排序

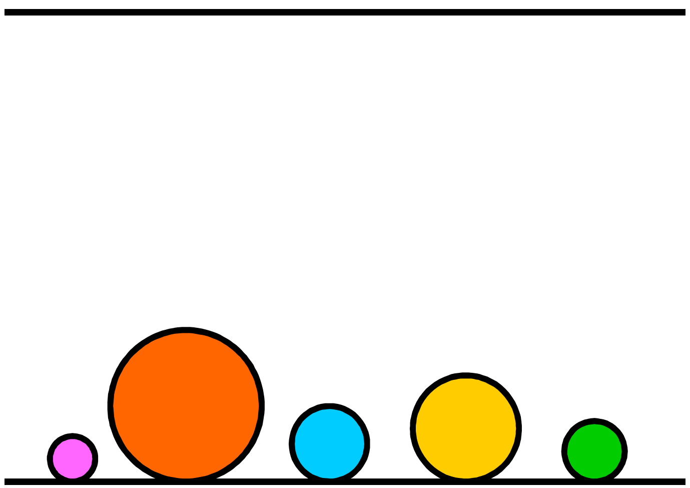
- **Gap**的取法
  - 最初**Shell**提出取**gap = n/2，gap = gap/2，...，**直到**gap = 1**
  - **Knuth**提出取$gap = \lfloor gap/3 \rfloor + 1$
  - 还有人提出都取奇数为好
  - 也有人提出各**gap**互质为好
- **Knuth**利用大量实验统计资料得出：
  - 当**n**很大时，排序码平均比较次数和对象平均移动次数大约在$n^{1.25}$到$1.6n^{1.25}$的范围内
- 稳定性：不稳定

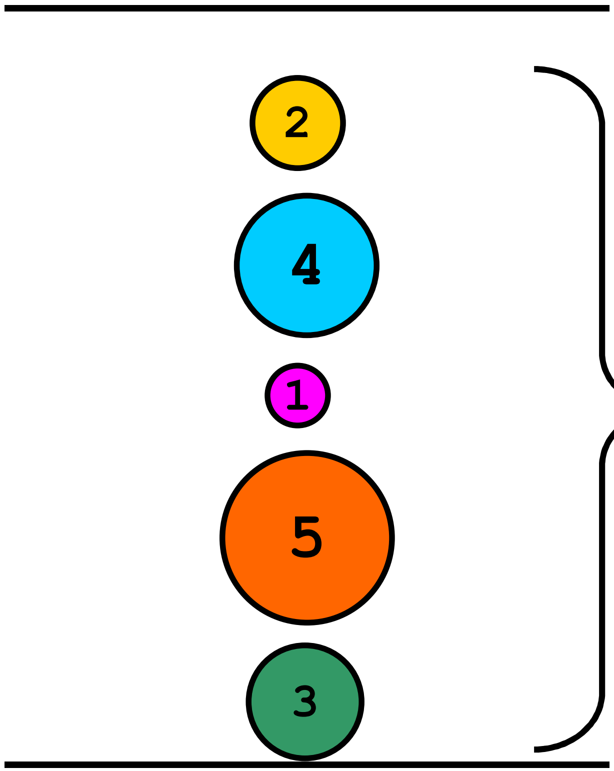
交换式排序

- 基本思想
  - 两两比较待排序对象的排序码，如果发生逆序(即排列顺序与排序后的次序正好相反)，则交换之
  - 直到所有对象都排好序为止
  - 气泡法
  - 快速排序法

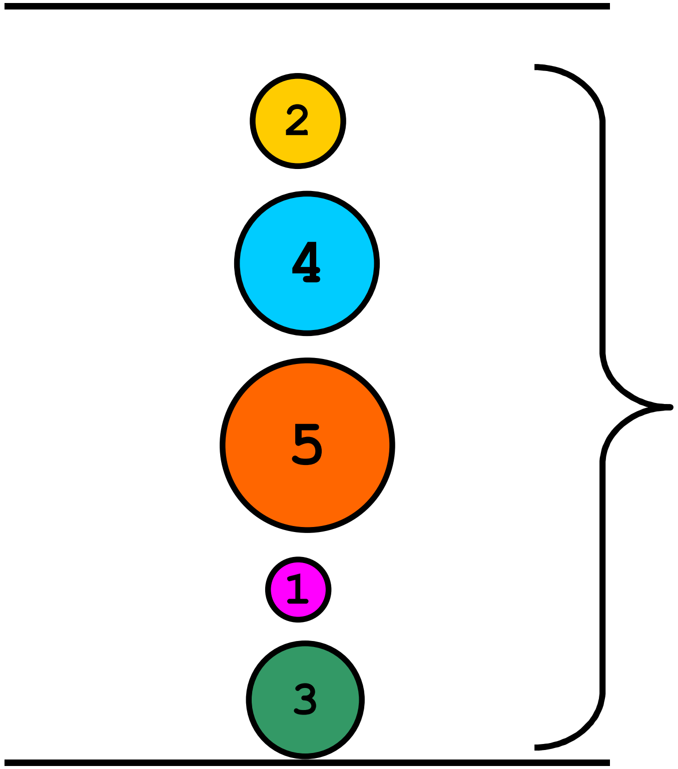
气泡排序法

- 基本思想
  - 水中气泡，大的还是小的上浮更快？

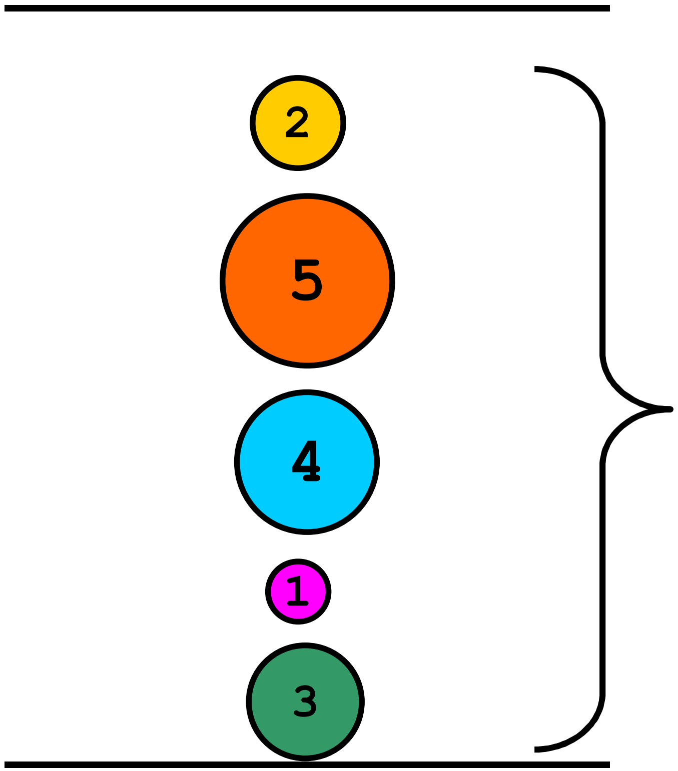




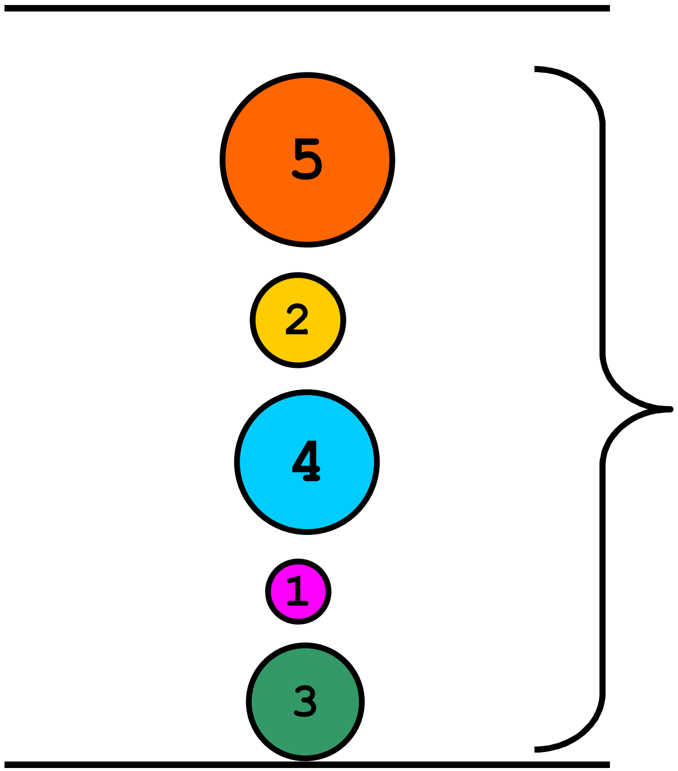
上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换



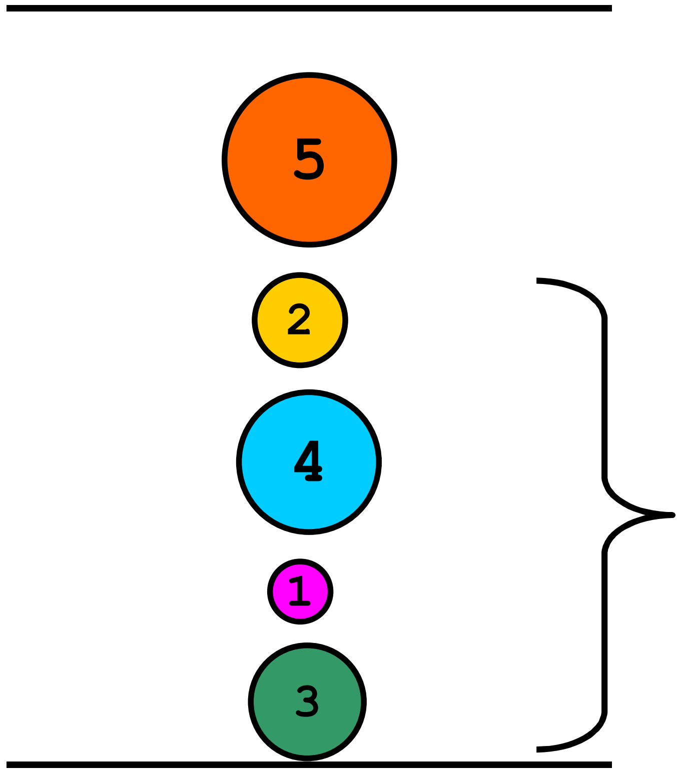
上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换



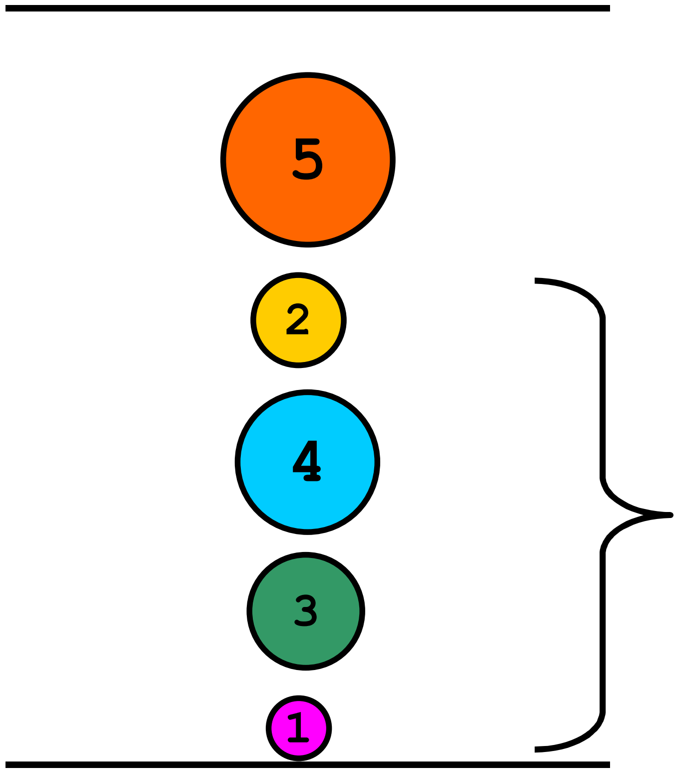
上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换



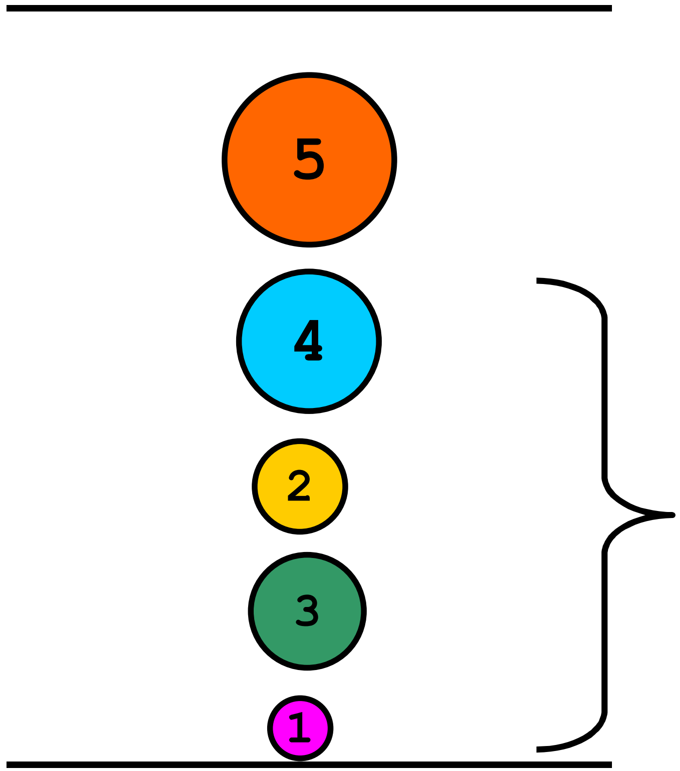
上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换



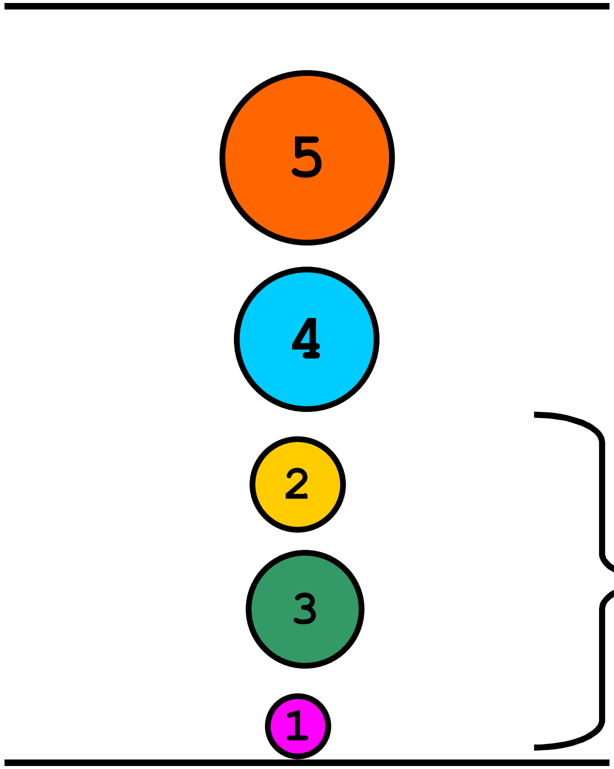
上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换



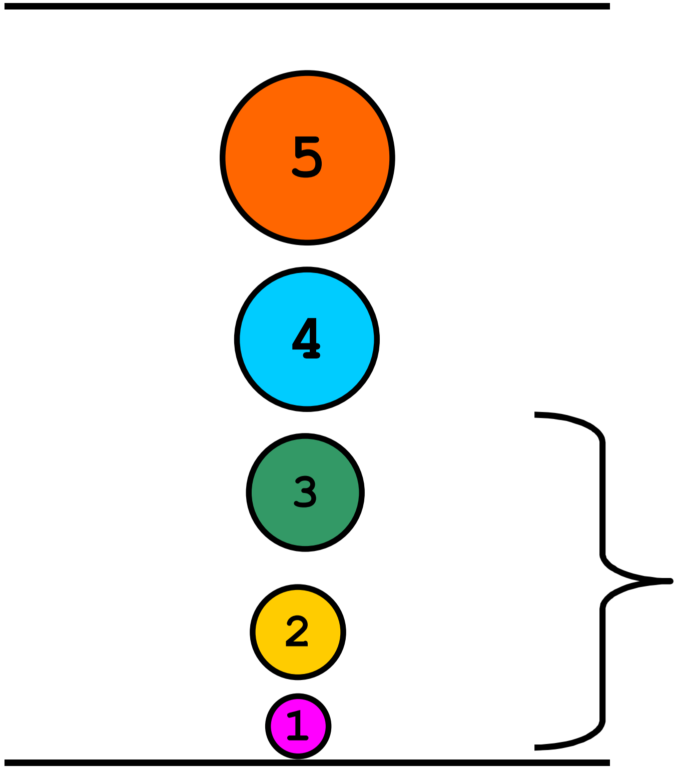
上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换



上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换



上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换



上、下两个气泡，
若大的在下面，则交换

气泡排序法

- 算法
  - 设待排序数据个数为**n**
  - 最多作**n-1**趟扫描：**i = n-1,...,2,1**
  - 每一趟从前向后：**j = 1~i-1**
    - 依次两两比较**data[j]**和**data[j+1]**
    - 若发生逆序，则交换**data[j]**和**data[j+1]**

0	1	2	3	...	n
不用					

气泡排序法

- **i=4**

1	2	3	4
37	96	8	54

  - **j=1**
    - 比较**data[1]**和**data[2]**
    - 不交换

1	2	3	4
37	96	8	54

  - **j=2**
    - 比较**data[2]**和**data[3]**
    - 交换

1	2	3	4
37	8	96	54

  - **j=3**
    - 比较**data[3]**和**data[4]**
    - 交换

1	2	3	4
37	8	54	96

气泡排序法

- **i=3**

1	2	3	4
37	8	54	96

  - **j=1**
    - 比较**data[1]**和**data[2]**
    - 交换

1	2	3	4
8	37	54	96

  - **j=2**
    - 比较**data[2]**和**data[3]**
    - 不交换

1	2	3	4
8	37	54	96

气泡排序法

- **i=2**
  - **j=1**
    - 比较**data[1]**和**data[2]**
    - 不交换

1	2	3	4
8	37	54	96

1	2	3	4
8	37	54	96

气泡排序法

- 时间复杂度
  - 最差情况：排序前，所有数据是倒序
    - 需要**n-1**趟扫描，即外层循环
    - 第**i**次扫描（**i=n,n-1,...,2**），需要比较**n-i**次
    - 总共需要比较的次数为

$$\sum_{i=1}^{n-1}(n-i)$$

$$=(n-1)+(n-2)+...+2+1$$

$$=\frac{1}{2}n(n-1)$$

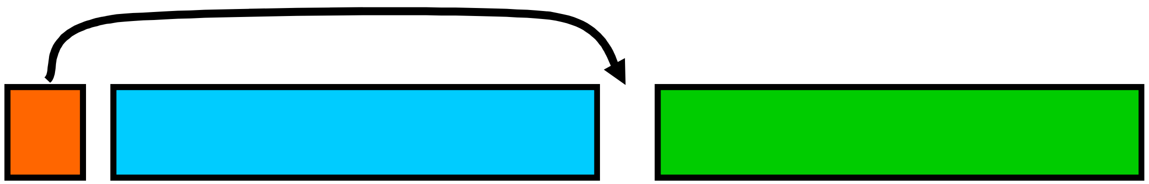
气泡排序法

- 最好情况：所有数据已经排好了序
  - 只需要扫描1趟，比较n-1次
- 所以气泡排序法的时间复杂度为
  - 最好：O(n)
  - 最差：$O(n^2)$
  - 平均：$O(n^2)$

- 空间复杂度
  - O(1)：交换时需要一个临时变量
- 稳定性：稳定

快速排序

- 基本思想
  - 以某一个数据 (例如第一个) 作为基准，将整个序列 “划分” 为左右两个子序列：
    - 左侧子序列中所有数据都小于等于基准数据
    - 右侧子序列中所有数据都大于等于基准数据
  - 这时基准对象就排在这两个子序列中间
  - 然后分别对这两个子序列重复施行上述方法，直到排序完毕



快速排序

- 最理想的情况：

5 4 2 1 3 8 6 7 9

都<=5 都>=5

- 疑问
  - 运气哪有这么好，总能“一刀切”？
  - 为了把一个元素放到正确的位置上，扫描了剩下的所有元素，复杂度仍然是$O(n^2)$，“快速”在哪里？

快速排序

- 一般情况：

5 4 2 1 8 . . . 3 6 7 9

- 遇到“障碍”交换之，两箭头总能相遇
- 在正确放置一个元素的同时，交换了几对乱序的元素，复杂度肯定 $< O(n^2)$

快速排序

- 递归函数

```
void QSort(SqList &L, int low, int high) {
    if(low < high)  {    //待排序数列长度大于1
        pivotloc = Partition(L, low, high);
        //对左子序列进行排序
        QSort(L, low, pivotloc - 1);
        //对右子序列进行排序
        QSort(L, pivotloc + 1, high);
    }
}
```

- 分割函数1

```
int Partition(ElemType data[], int low, int high){
    int pivot      = low;       // 以最左元素为中轴
    ElemType pivotvalue = data[low]; // 记录中轴的值
    while(low < high) {
        while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
            high --; // high向左，直到遇见比pivot小的
        while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
            low ++;  // low向右，直到遇见比pivot大的
        // low和high扫描受阻，交换low和high的值
        Swap(&data[low], &data[high]);
    }
    // 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
    Swap(&data[pivot], &data[low]);
    return low;
}
```

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　high

1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	65	97	76	13	27	49′

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low　　　　　　　　　　　　　　　　high

1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	65	97	76	13	27	49′

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low high

1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	65	97	76	13	27	49′

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

		low				high	
1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	65	97	76	13	27	49′

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low　　　　　　　　high

1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	27	97	76	13	65	49′

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

		low			high		
1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	27	97	76	13	65	49′
pivot							

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low high

1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	27	97	76	13	65	49′

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low　　　　high

1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	27	13	76	97	65	49′

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low high

1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	27	13	76	97	65	49′

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low high

1	2	3	4	5	6	7	8
49	38	27	13	76	97	65	49′

pivot

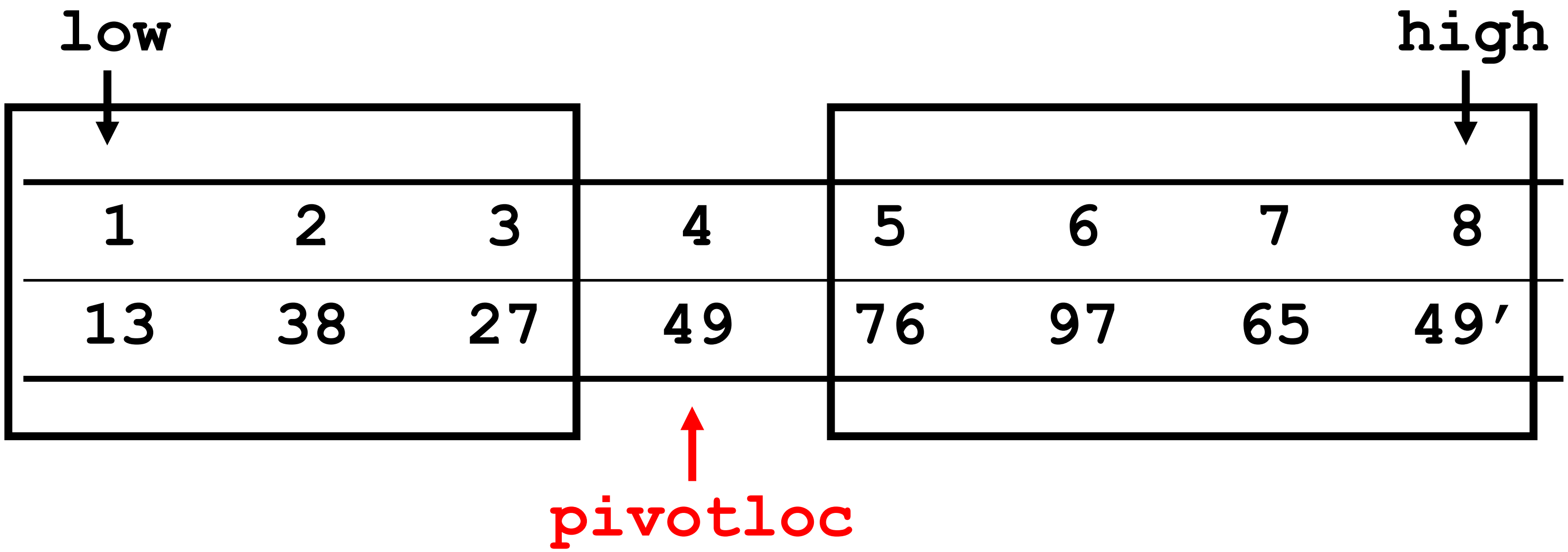
```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low high

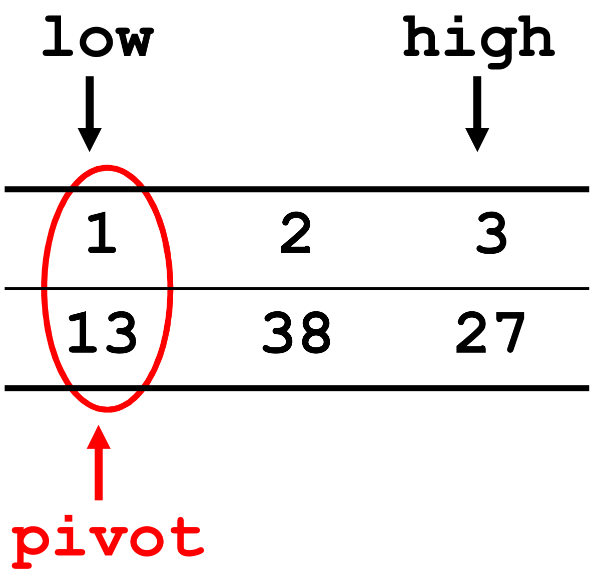
1	2	3	4	5	6	7	8
13	38	27	49	76	97	65	49′

pivot

```
void QSort(SqList &L, int low, int high) {
    if(low < high)  {    //待排序数列长度大于1
        pivotloc = Partition(L, low, high);
        //对左子序列进行排序
        QSort(L, low, pivotloc - 1);
        //对右子序列进行排序
        QSort(L, pivotloc + 1, high);
    }
}
```



```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```



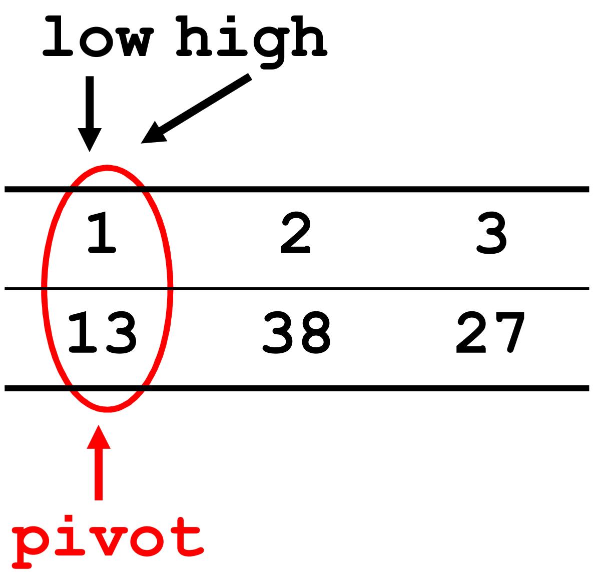
```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```

low high

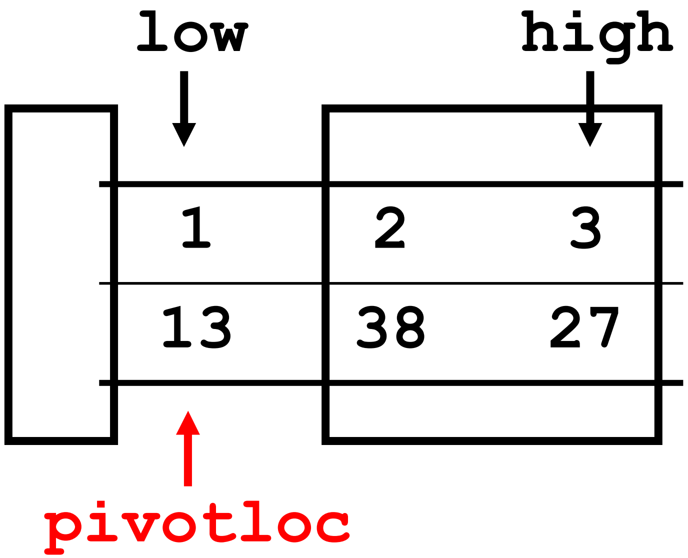
1	2	3
13	38	27

pivot

```
while(low < high) {
    while(low<high && data[high] >= pivotvalue)
        high --;    // high向左，直到遇见比pivot小的
    while(low<high && data[low] <= pivotvalue)
        low ++;     // low向右，直到遇见比pivot大的
    // low和high扫描受阻，交换low和high的值
    Swap(&data[low], &data[high]);
}
// 交换中轴和low的值（也就是把中轴放置到正确的位置上）
Swap(&data[pivot], &data[low]);
return low;
```



```
void QSort(SqList &L, int low, int high) {
    if(low < high)  {     //待排序数列长度大于1
        pivotloc = Partition(L, low, high);
        //对左子序列进行排序
        QSort(L, low, pivotloc - 1);
        //对右子序列进行排序
        QSort(L, pivotloc + 1, high);
    }
}
```



- 分割算法2（P274，算法10.6b）

```
L.r[0] = L.r[low];     //把最左元素当作基准
while(low < high){
   //high向左，直到遇见比pivot小的
   while(low < high && L.r[high] >= pivotvalue)
      high --;
   L.r[low] = L.r[high];
   //low向右，直到遇见比pivot大的
   while(low<high && L.r[low] <= pivotvalue)
      low ++;
   L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];
return low;
```

```
L.r[0] = L.r[low];      //把最左元素当作基准
while(low < high){
   while(low < high && L.r[high]>= pivotvalue)
      high --; //high向左，直到遇见比pivot小的
   L.r[low] = L.r[high];
   while(low<high && L.r[low]<= pivotvalue)
      low ++; //low向右，直到遇见比pivot大的
   L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];  return low;
```

low　　　　　　　　　　　　　　　　high

0	1	2	3	4	5	6	7	8
49	49	38	65	97	76	13	27	49′

pivot

```
L.r[0] = L.r[low];      //把最左元素当作基准
while(low < high){
   while(low < high && L.r[high]>= pivotvalue)
      high --; //high向左，直到遇见比pivot小的
   L.r[low] = L.r[high];
   while(low<high && L.r[low]<= pivotvalue)
      low ++; //low向右，直到遇见比pivot大的
   L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];  return low;
```

	low						high	
0	1	2	3	4	5	6	7	8
49	27	38	65	97	76	13	27	49′
	pivot							

```
L.r[0] = L.r[low];      //把最左元素当作基准
while(low < high){
   while(low < high && L.r[high]>= pivotvalue)
      high --; //high向左，直到遇见比pivot小的
   L.r[low] = L.r[high];
   while(low<high && L.r[low]<= pivotvalue)
      low ++; //low向右，直到遇见比pivot大的
   L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];  return low;
```

		low					high	
0	1	2	3	4	5	6	7	8
49	27	38	65	97	76	13	27	49′
	pivot							

```
L.r[0] = L.r[low];      //把最左元素当作基准
while(low < high){
    while(low < high && L.r[high]>= pivotvalue)
        high --; //high向左，直到遇见比pivot小的
    L.r[low] = L.r[high];
    while(low<high && L.r[low]<= pivotvalue)
        low ++; //low向右，直到遇见比pivot大的
    L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];  return low;
```

			low				high	
0	1	2	3	4	5	6	7	8
49	27	38	65	97	76	13	65	49′
	pivot							

```
L.r[0] = L.r[low];     //把最左元素当作基准
while(low < high){
   while(low < high && L.r[high]>= pivotvalue)
      high --; //high向左，直到遇见比pivot小的
   L.r[low] = L.r[high];
   while(low<high && L.r[low]<= pivotvalue)
      low ++; //low向右，直到遇见比pivot大的
   L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];  return low;
```

low high

0	1	2	3	4	5	6	7	8
49	27	38	13	97	76	13	65	49′

pivot

```
L.r[0] = L.r[low];       //把最左元素当作基准
while(low < high){
   while(low < high && L.r[high]>= pivotvalue)
      high --; //high向左，直到遇见比pivot小的
   L.r[low] = L.r[high];
   while(low<high && L.r[low]<= pivotvalue)
      low ++; //low向右，直到遇见比pivot大的
   L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];  return low;
```

low high

0	1	2	3	4	5	6	7	8
49	27	38	13	97	76	97	65	49′

pivot

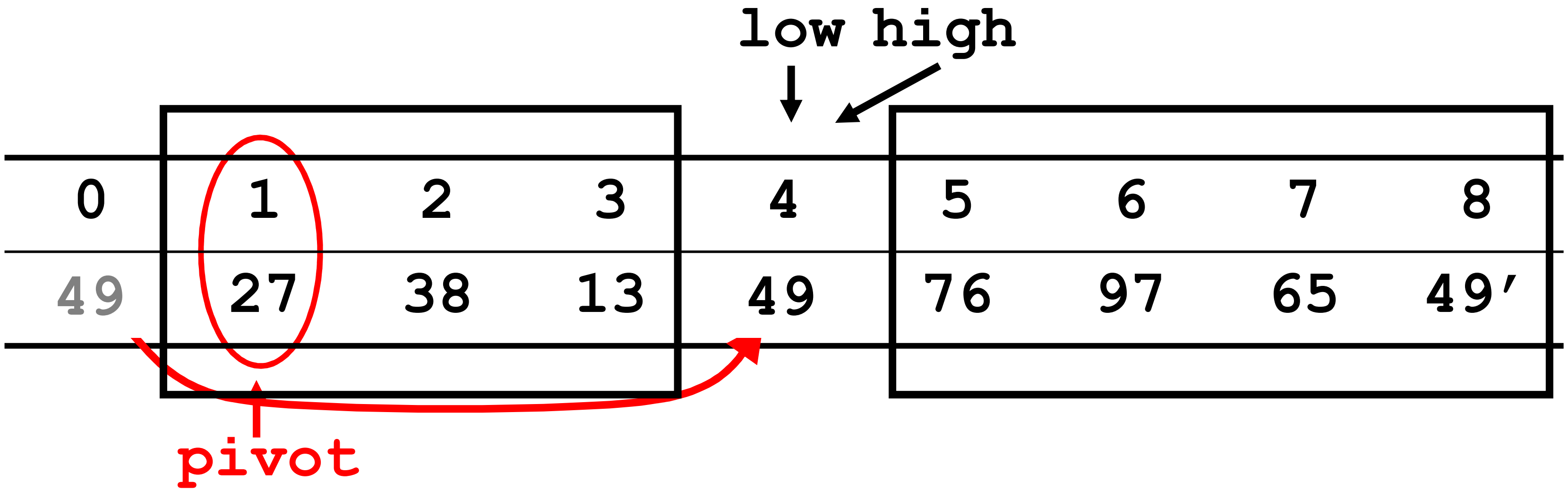
```
L.r[0] = L.r[low];      //把最左元素当作基准
while(low < high){
    while(low < high && L.r[high]>= pivotvalue)
        high --; //high向左，直到遇见比pivot小的
    L.r[low] = L.r[high];
    while(low<high && L.r[low]<= pivotvalue)
        low ++; //low向右，直到遇见比pivot大的
    L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];  return low;
```

low high

0	1	2	3	4	5	6	7	8
49	27	38	13	97	76	97	65	49′

pivot

```
L.r[0] = L.r[low];      //把最左元素当作基准
while(low < high){
   while(low < high && L.r[high]>= pivotvalue)
      high --; //high向左，直到遇见比pivot小的
   L.r[low] = L.r[high];
   while(low<high && L.r[low]<= pivotvalue)
      low ++; //low向右，直到遇见比pivot大的
   L.r[high] = L.r[low];
}
L.r[low] = L.r[0];  return low;
```



快速排序

- 时间复杂度
  - 最好情况和平均情况： $\mathbf{knlog_2n}$
    - 排序前数据杂乱无章
    - 系数**k**是同数量级的排序算法中最小的
  - 最差情况： $\mathbf{O(n^2)}$
    - 排序前，数据已经排好序，或基本排好序
    - 简单理解：快速排序之所以快，就在于在正确放置中轴的同时，能够对多对乱序元素作交换，如果都已经排好序，这个优势就发挥不出来了

快速排序

- 最差情况：$O(n^2)$
  - 排序前，数据已经排好序
  - 每次划分只得到一个比上一次少一个对象的子序列，必须经过**n-1**趟才能把所有对象定位
  - 而且第**i**趟需要经过**n-i**次比较才能找到第**i**个对象的安放位置
  - 所以总的比较次数=

$$\sum_{i=1}^{n-1}(n-i)=\frac{1}{2}n(n-1)$$

快速排序

- 例

low　　　　　　　　　　　　　　high

1　2　3　4　5　6　7　8

pivot

快速排序

- 例

low　　　　　　　　　　　　　high

1　2　3　4　5　6　7　8

pivot

快速排序

- 例

low high

1 2 3 4 5 6 7 8

pivot

快速排序

- 例

low　　　　　　　high

1　2　3　4　5　6　7　8

pivot

快速排序

- 例

low　　　high

1　2　3　4　5　6　7　8

pivot

快速排序

- 例

low high

1 2 3 4 5 6 7 8

pivot

快速排序

- 例

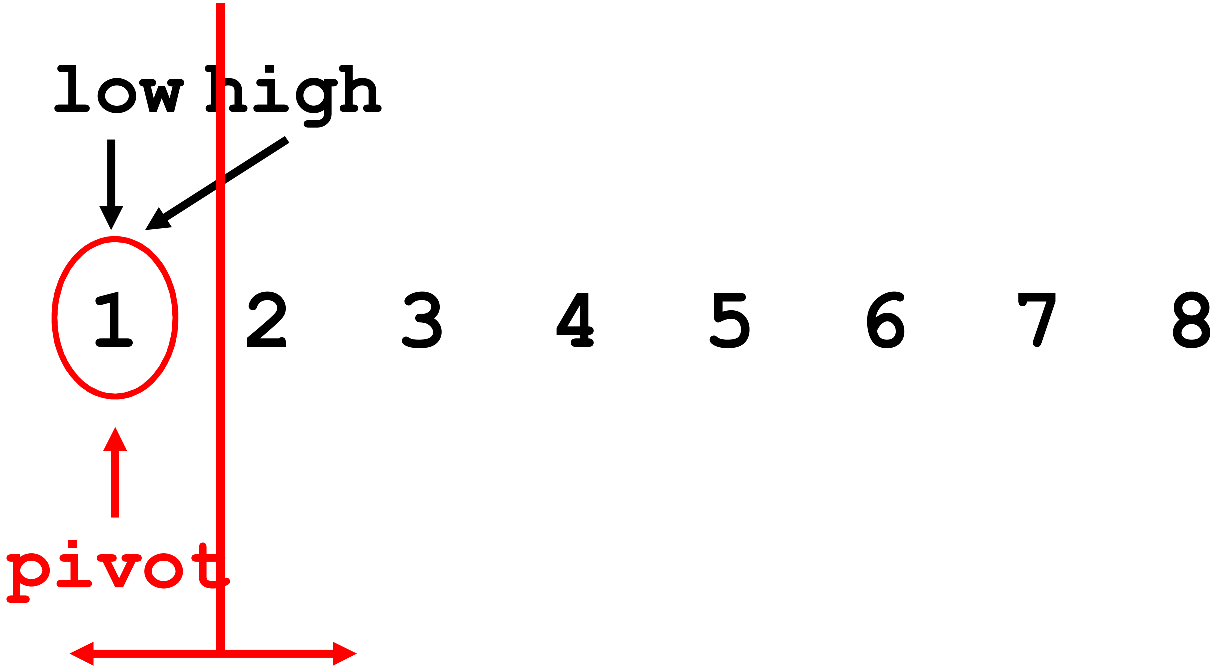
low high

1 2 3 4 5 6 7 8

pivot

快速排序

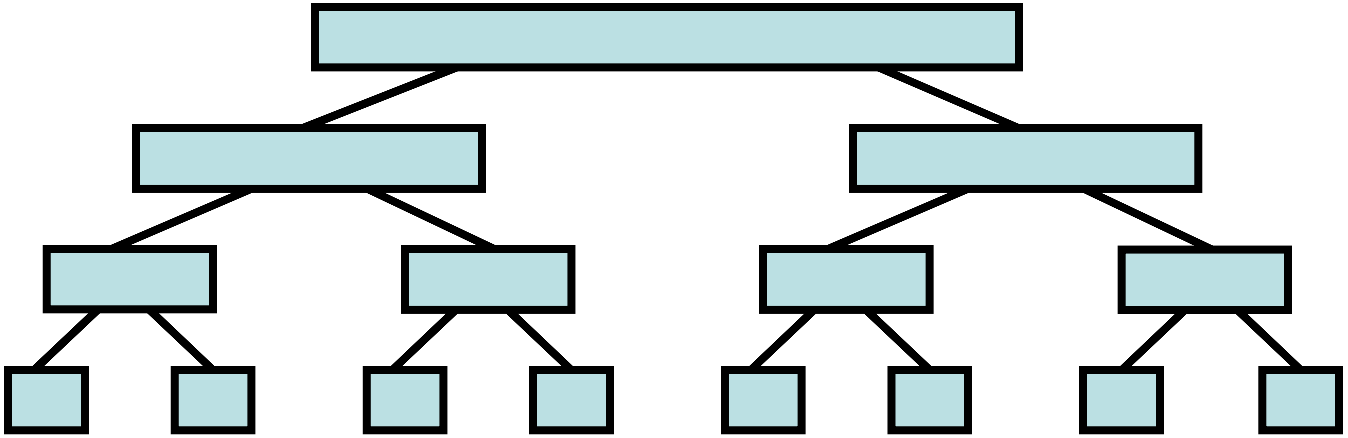
- 例



- 另外：在元素数量很少时效果不好

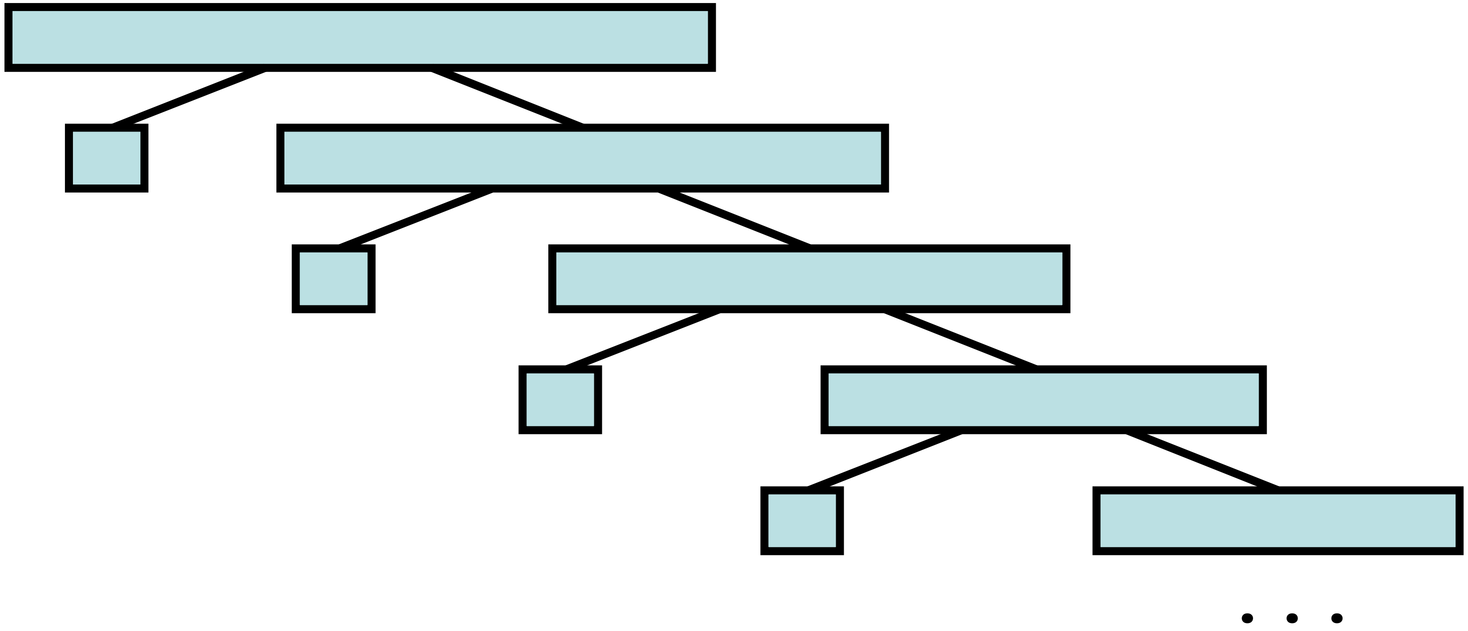
快速排序

- 空间复杂度
  - 使用了递归，相当于增加了一个堆栈
  - 堆栈的深度 = 递归的层数
    - 最少$\log_2 n$：每一次都切在中间



快速排序

- 最多**n**：每次都只分出一个元素



快速排序

- 不稳定：

5　5′　2　1　3　8　6　7　9

都<=5　　　　都>=5

选择式排序

- 基本思想
  - **n**个元素（**1,2,3,...,n**）
  - 第**i**趟扫描（**i=1,...,n-1**），扫描第**i**到**n**的元素，找到这**n-i+1**个元素中最小的，放到第**i**个位置上
  - 直接选择排序
  - 堆排序

直接选择排序

- 算法

```
void SelectSort(ElemType data[], int n) {
    for(i = 1; i <= n; i ++) {
        // 找到i~number中最小的一个IndexMin
        IndexMin = i;
        for(j = i; j <= n; j ++)
            if(LT(data[j], data[IndexMin]))
                IndexMin = j;
        // 把IndexMin和i作交换
        if(IndexMin != i)
            Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
  }
}
```

```
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

i ↓

1	2	3	4	5
28	41	36	7	16

↑ j

MinValue = 28

IndexMin = 1

```
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

i

1	2	3	4	5
28	41	36	7	16

j

MinValue = 28

IndexMin = 1

```
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

i

1	2	3	4	5
28	41	36	7	16

j

MinValue = 28

IndexMin = 1

```
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

i

1	2	3	4	5
28	41	36	7	16

j

MinValue = 7

IndexMin = 4

```c
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

i

1	2	3	4	5
7	41	36	28	16

j

MinValue = 7

IndexMin = 4

```
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

	i			
1	2	3	4	5
7	41	36	28	16
	j			

MinValue = 41

IndexMin = 2

```
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

i

1	2	3	4	5
7	41	36	28	16

j

MinValue = 36

IndexMin = 3

```
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

i ↓

1	2	3	4	5
7	41	36	28	16

↑ j

MinValue = 28

IndexMin = 4

```
for(i = 1; i <= n; i ++) {
    // 找到i~number中最小的一个IndexMin
    IndexMin = i;
    for(j = i; j <= n; j ++)
        if( LT(data[j],data[IndexMin]) )
            IndexMin = j;
    // 把IndexMin和i作交换
    if(IndexMin != i)
        Swap(&data[IndexMin],&data[i]);
}
```

i

1	2	3	4	5
7	16	36	28	41

j

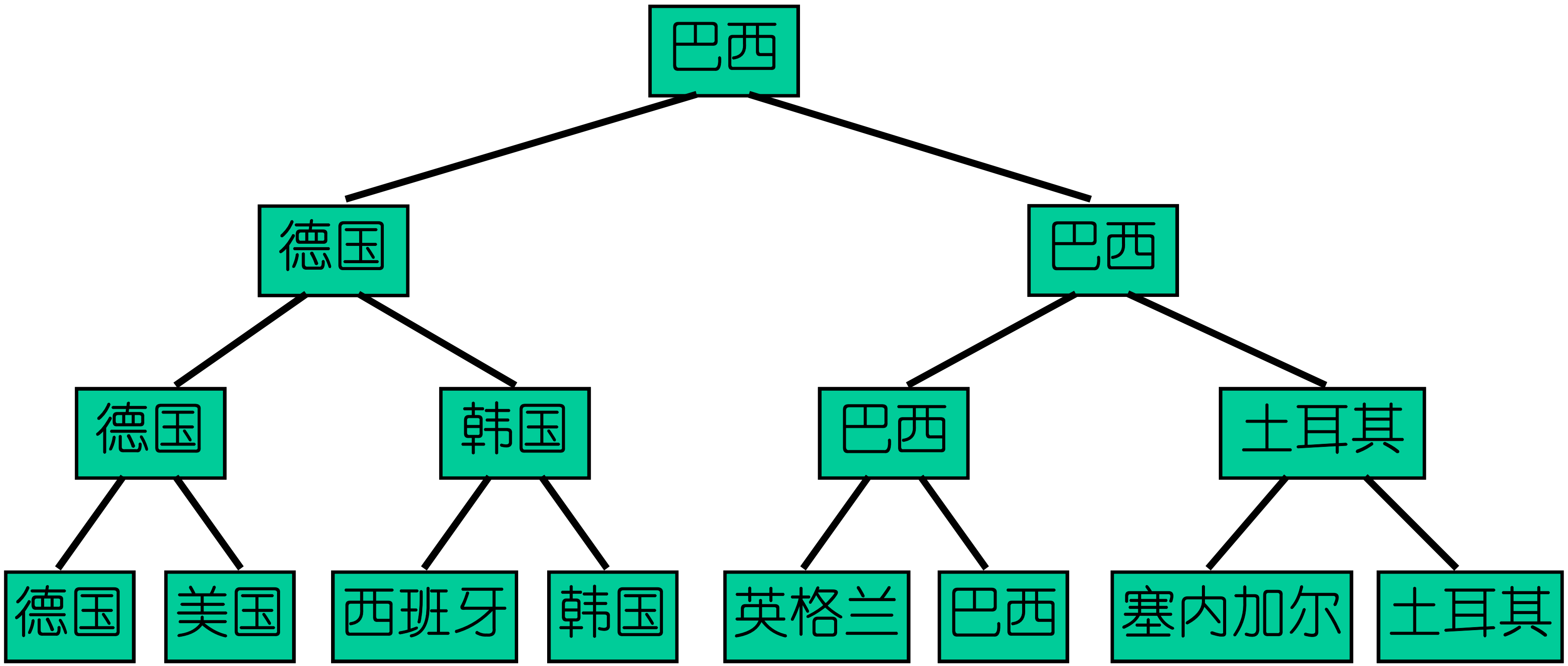
MinValue = 16

IndexMin = 5

直接选择排序

- 时间复杂度
  - 数据移动的次数：
    - 当元素已经排好序时，不需要移动数据
    - 当元素是逆序时，需要移动3(n-1)次
  - 数据比较次数：n(n-1)/2
  - 所以不论什么情况，时间复杂度都是$O(n^2)$
- 空间复杂度：O(1)
- 稳定性：不稳定

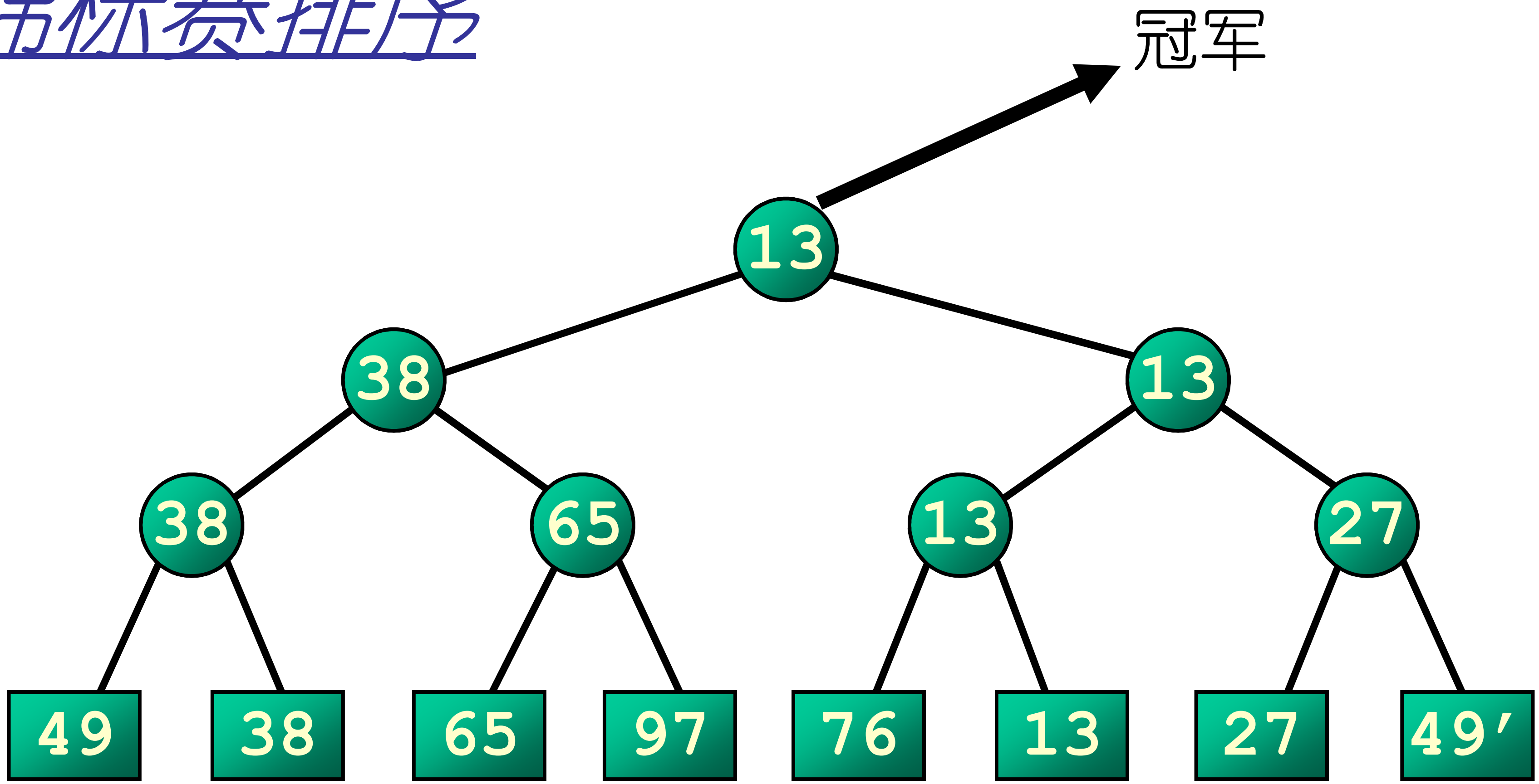
2002年日韩世界杯淘汰赛8强



锦标赛排序

- 基本思想
  - 类似体育比赛时的淘汰赛
  - 首先取得**n**个对象的排序码，两两比较，得到 $\lfloor n/2 \rfloor$ 个比较的优胜者(排序码小者)，作为第一步比较的结果保留下来
  - 然后对这 $\lfloor n/2 \rfloor$ 个对象再进行排序码的两两比较，...
  - 重复，直到选出一个排序码最小的对象为止

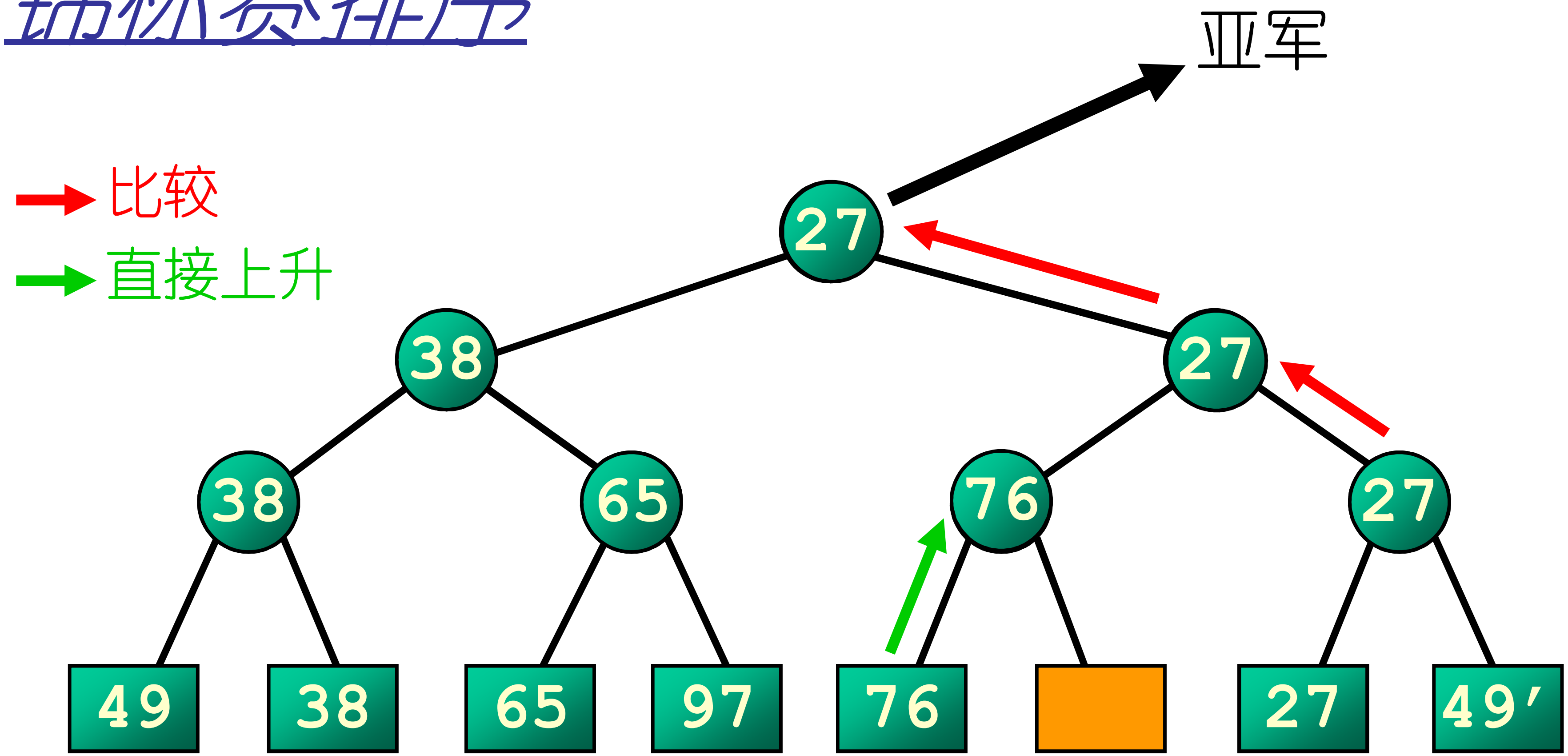
锦标赛排序



– 比较次数 = 7

– 输出冠军

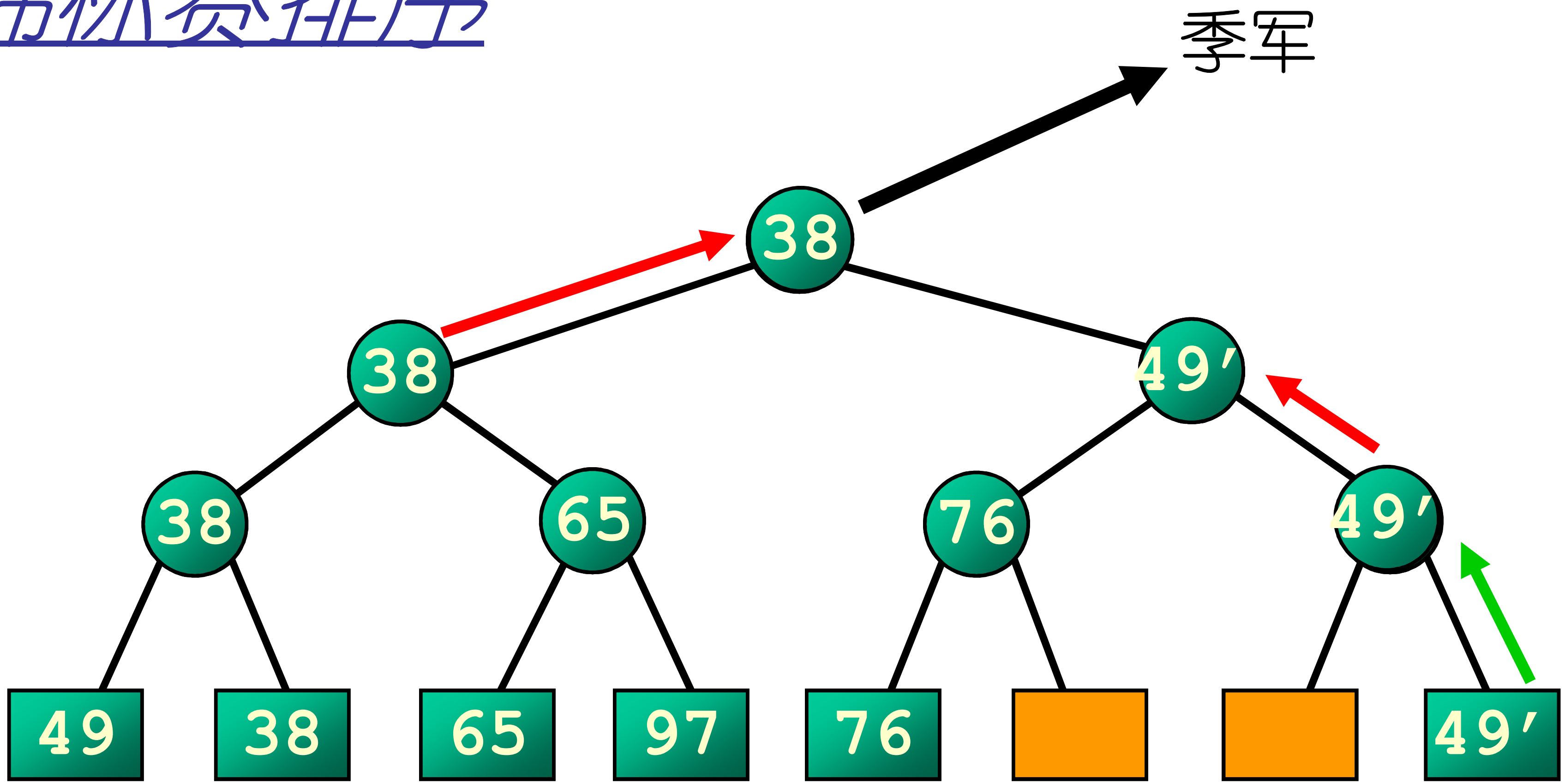
锦标赛排序



– 比较次数 = 2

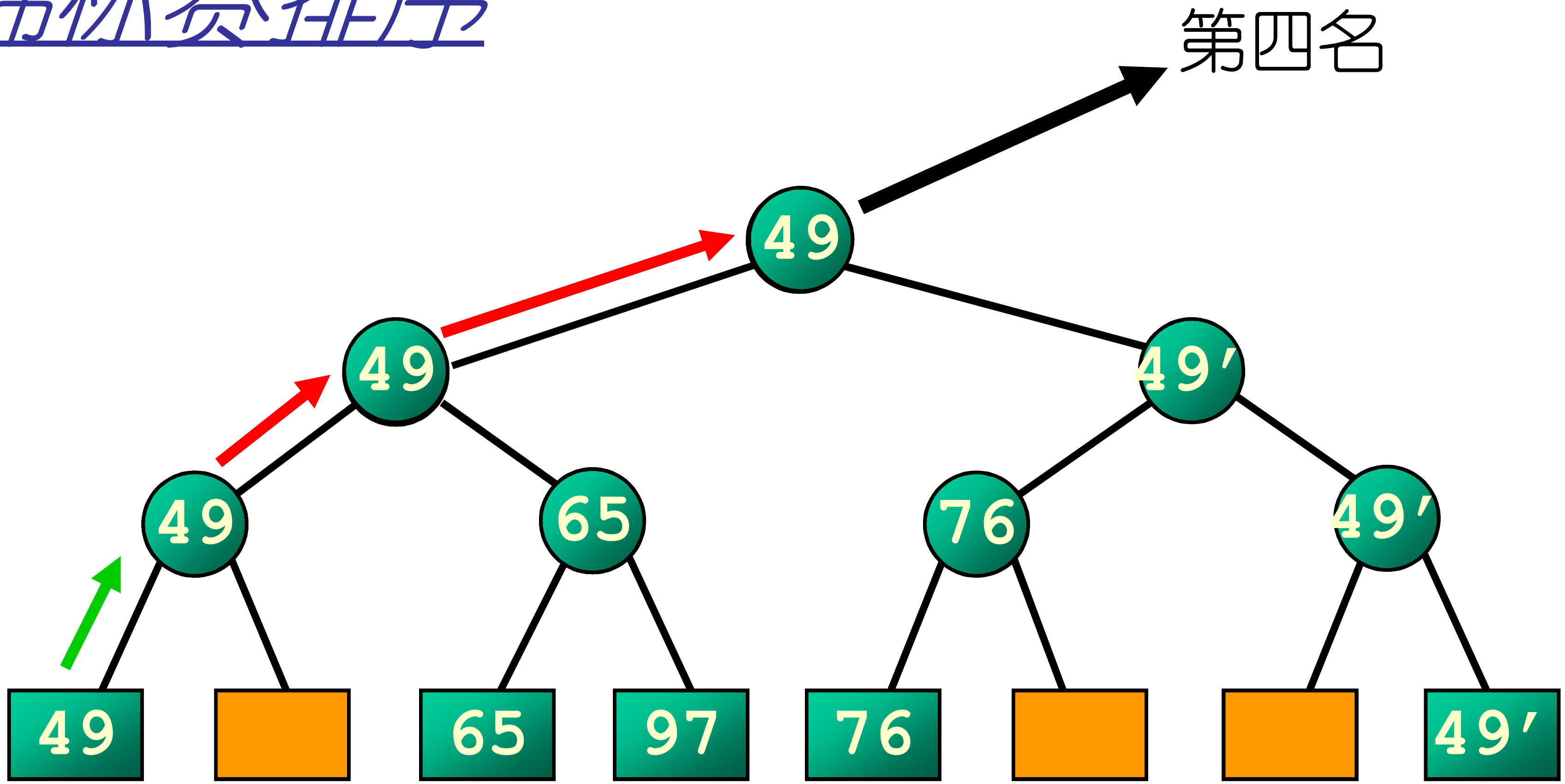
– 输出亚军

锦标赛排序



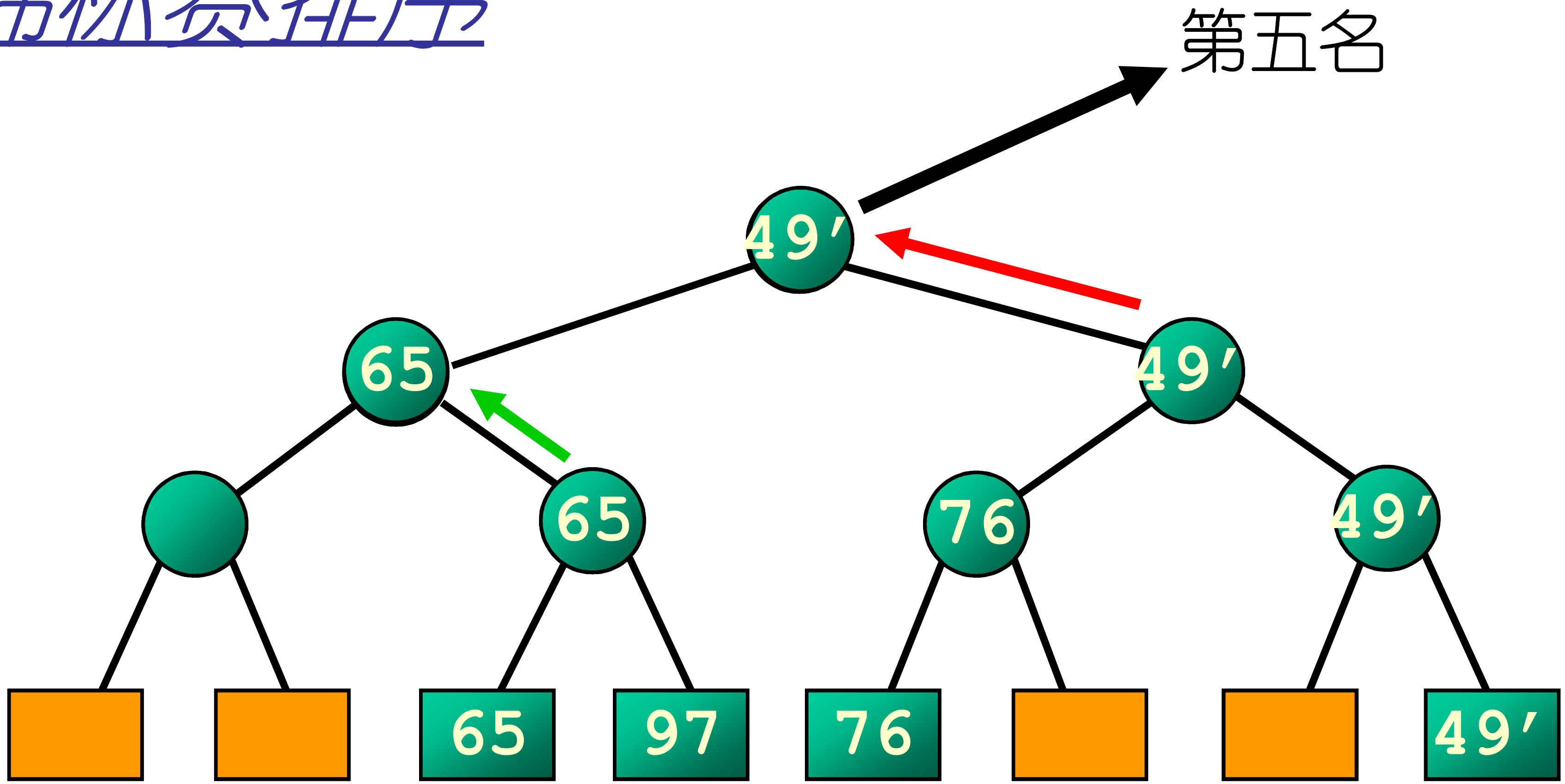
– 比较次数 = 2
– 输出季军

锦标赛排序



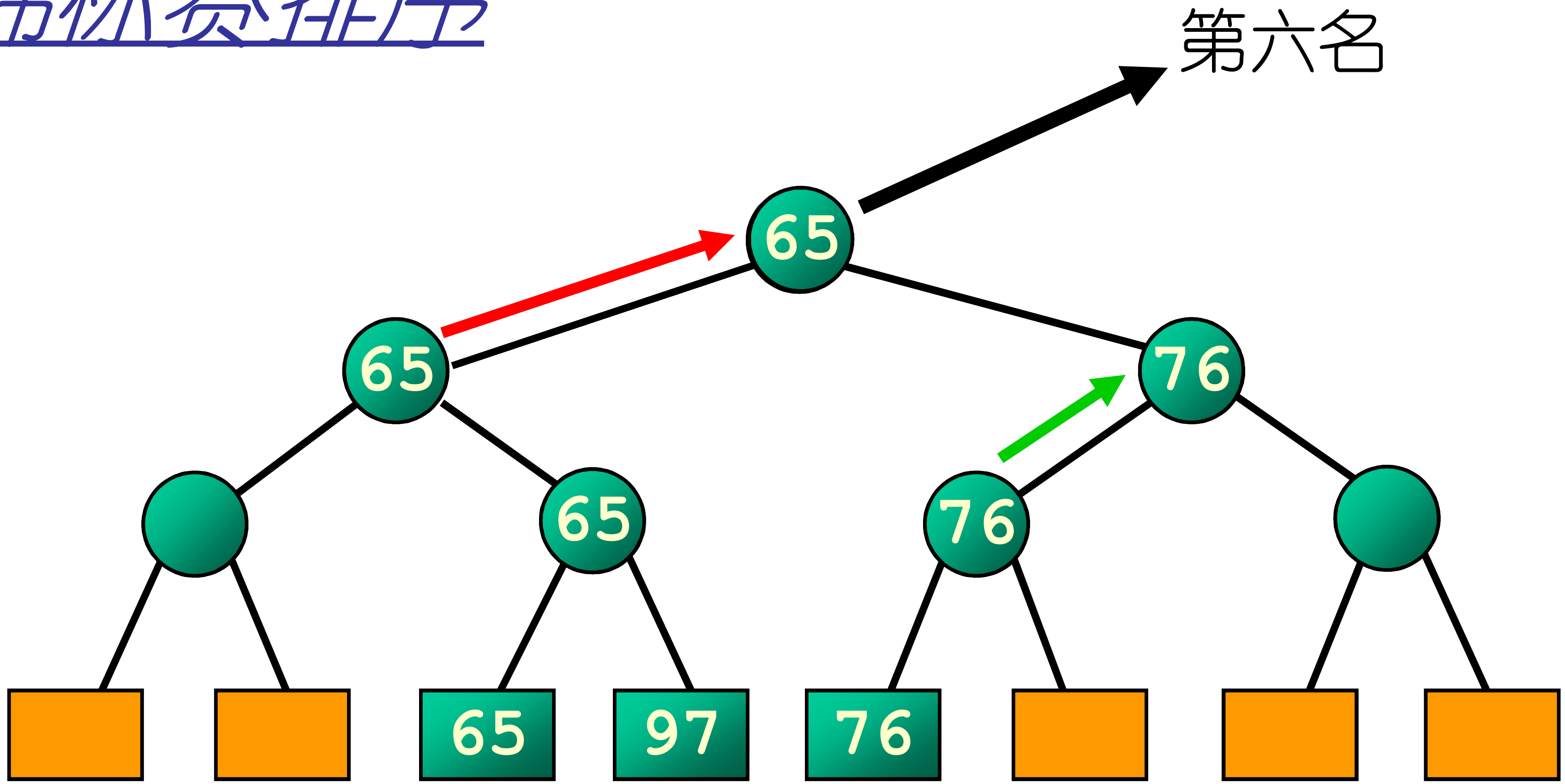
- 比较次数 = 2
- 输出第四名

锦标赛排序



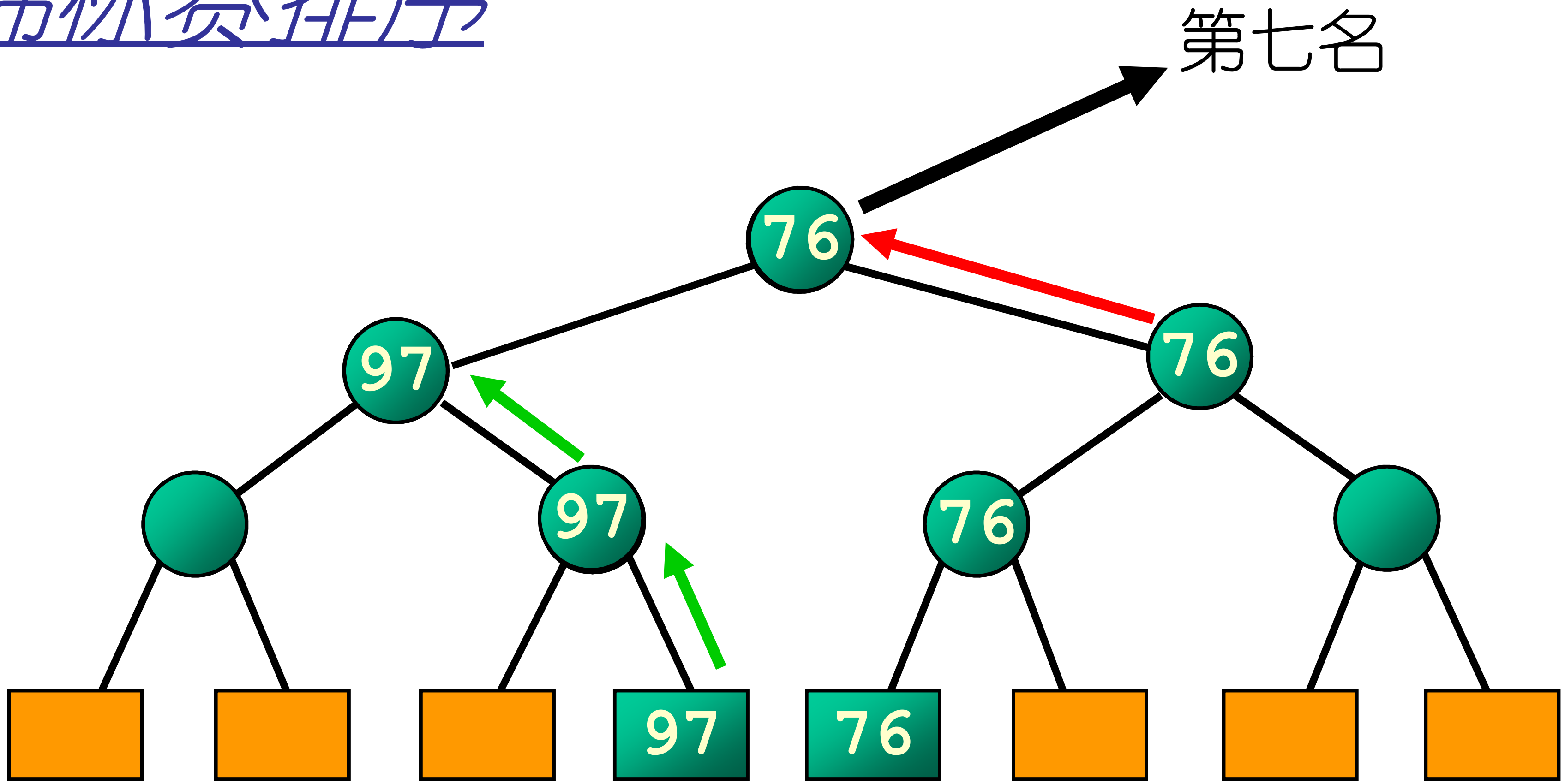
– 比较次数 = 1
– 输出第五名

锦标赛排序



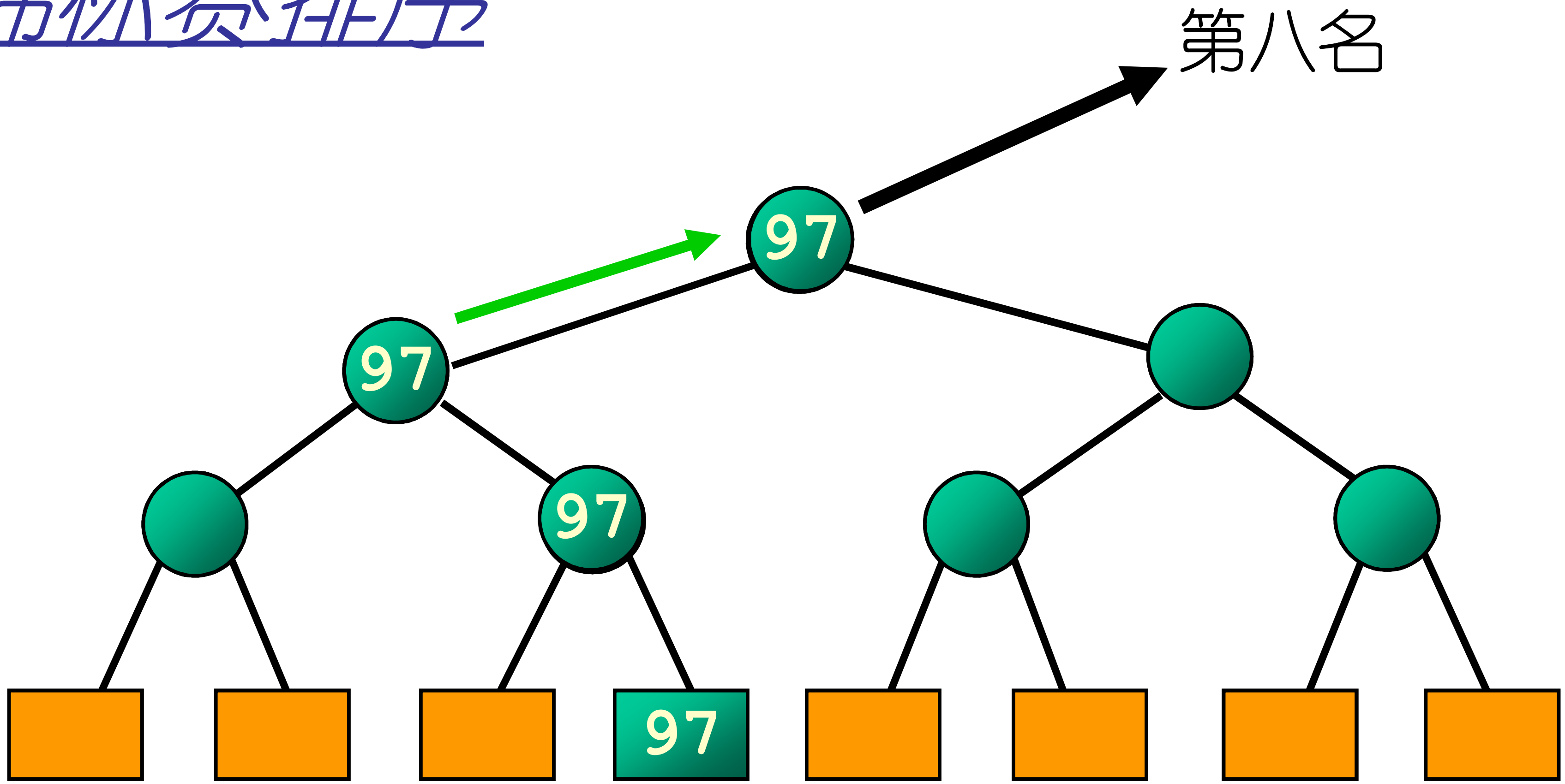
- 比较次数 = 1
- 输出第六名

锦标赛排序



- 比较次数 = **1**
- 输出第七名

锦标赛排序



– 比较次数 = 0
– 输出第八名

锦标赛排序

- 时间复杂度
  - 锦标赛排序构成的选择树是满二叉树（如果元素不够补充空节点），其深度为 $\lceil \log_2 n \rceil$
  - 除第一次选择时需要进行 **n-1** 次比较外，选择其它元素每次只需比较 $O(\log_2 n)$ 次，所以总的比较次数为 $O(n\log_2 n)$
  - 对象的移动次数不超过排序码的比较次数，所以锦标赛排序总时间复杂度为 $O(n\log_2 n)$

锦标赛排序

- 空间复杂度
  - 锦标赛排序法虽然减少了许多排序时间，但是使用了较多的附加存储
  - 如果有**n**个对象，必须使用至少**2n-1**个结点来存放选择树
- 稳定性：
  - 稳定

堆排序

- 堆
  - n个元素的序列{K1,K2,...,Kn,}，满足：

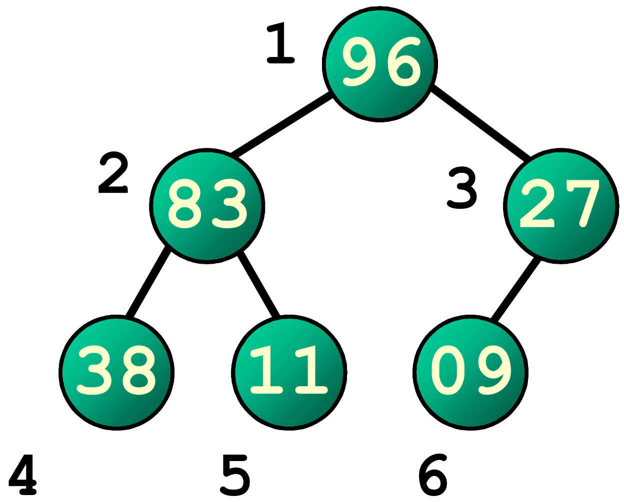
$$\begin{cases} k_i \le k_{2i} \\ k_i \le k_{2i+1} \end{cases} \quad 或 \quad \begin{cases} k_i \ge k_{2i} \\ k_i \ge k_{2i+1} \end{cases}$$

最小堆　　　　最大堆

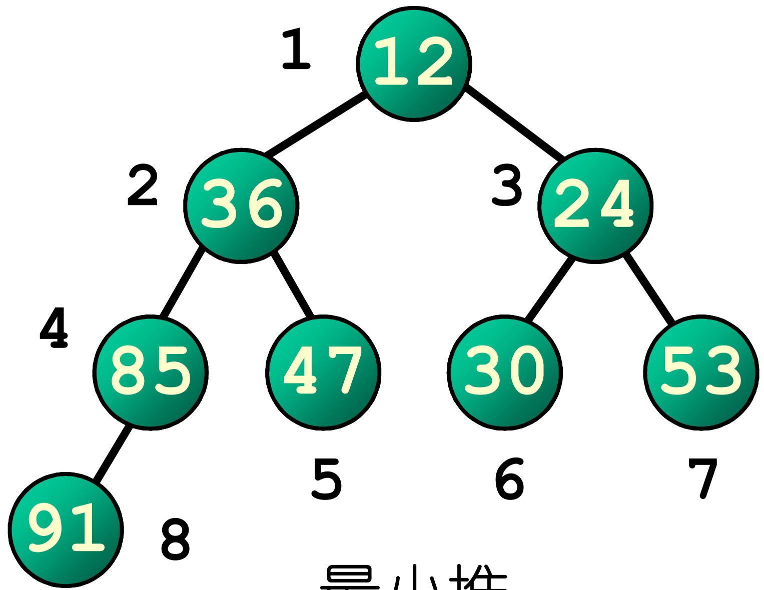
0	1	2	3	4	5	6
	96	83	27	38	11	09

0	1	2	3	4	5	6
	96	83	27	38	11	09

0	1	2	3	4	5	6	7	8
	12	36	24	85	47	30	53	91



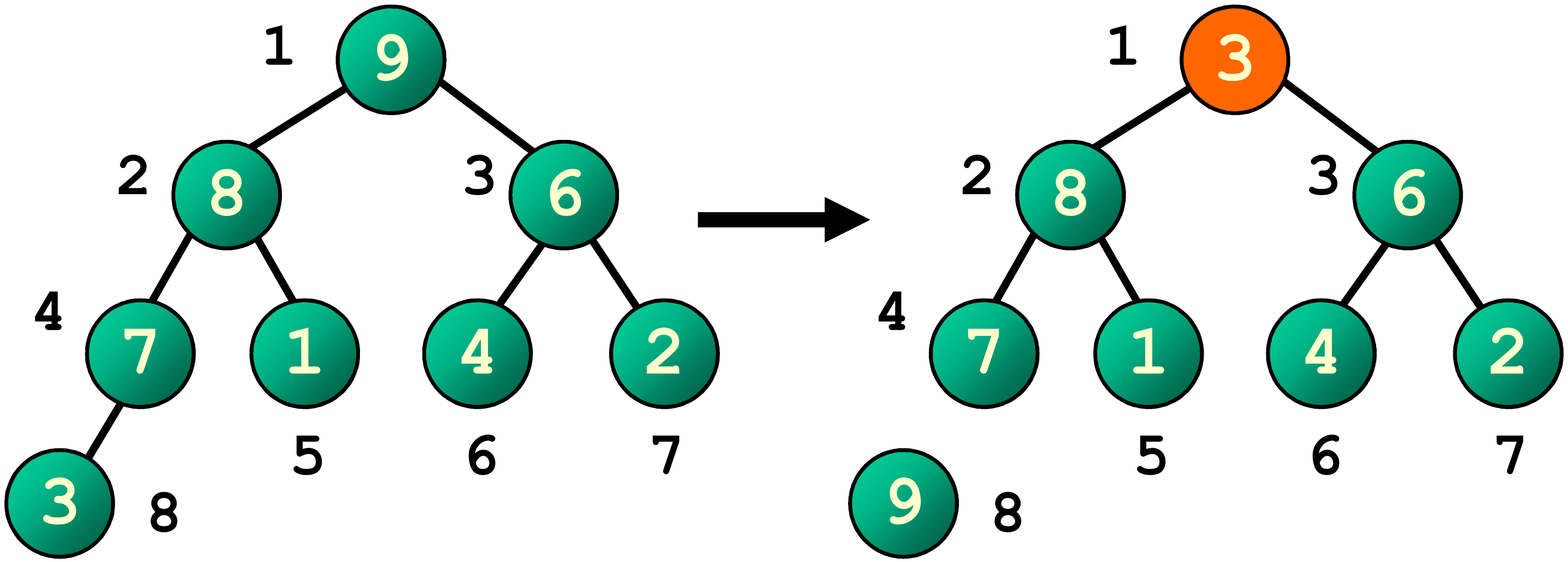
最大堆



最小堆

堆排序

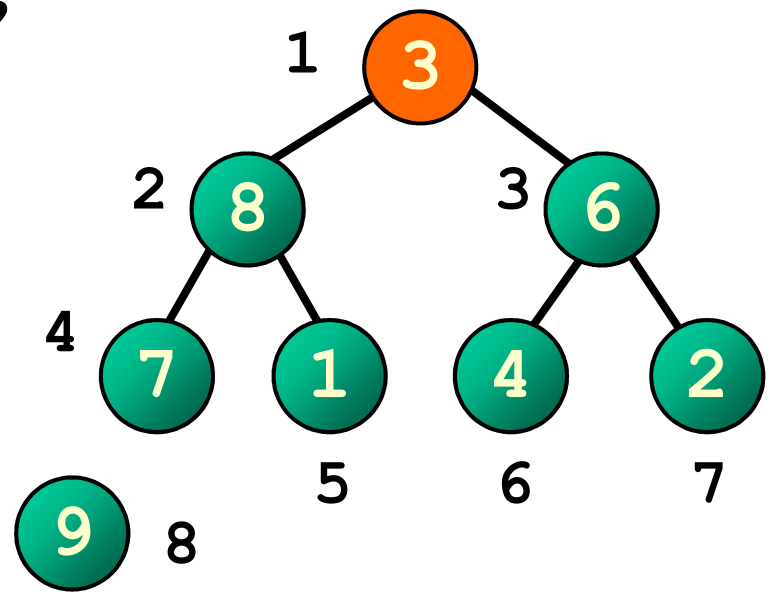
- 假设一组数据已经组织成了最大堆



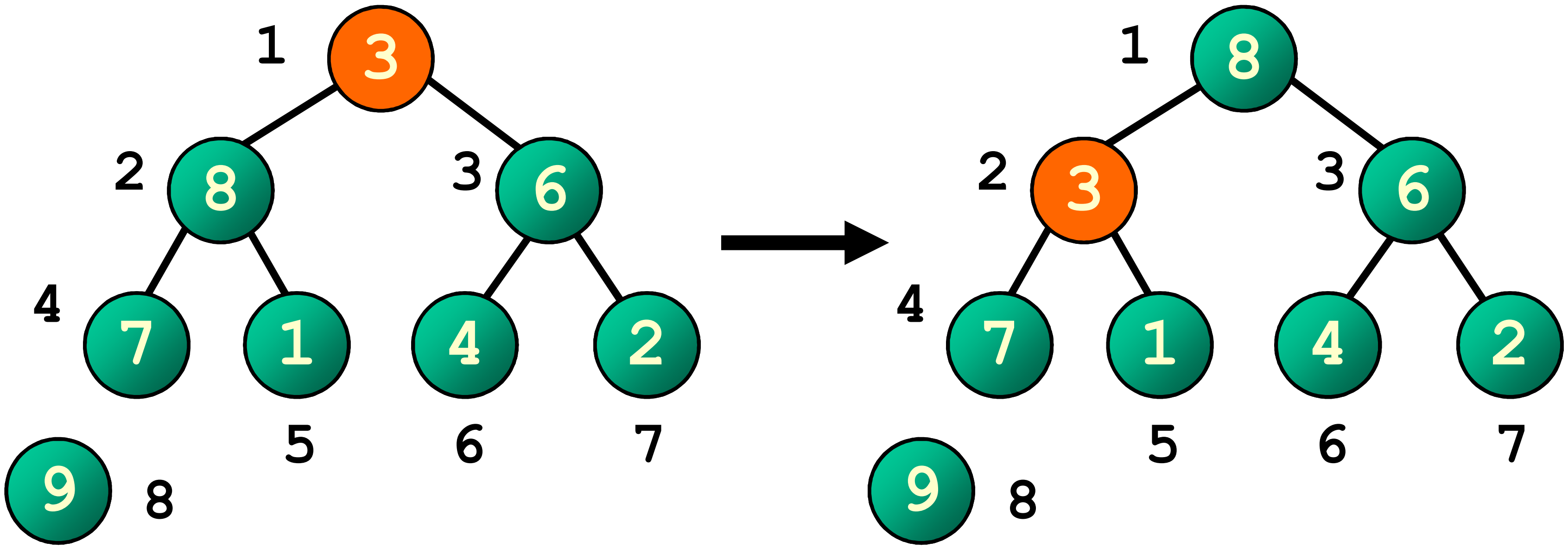
  - 堆顶肯定是最大的
  - 输出之：这里说的“输出”不是真的删除，而是把它和最后一个元素做交换

堆排序

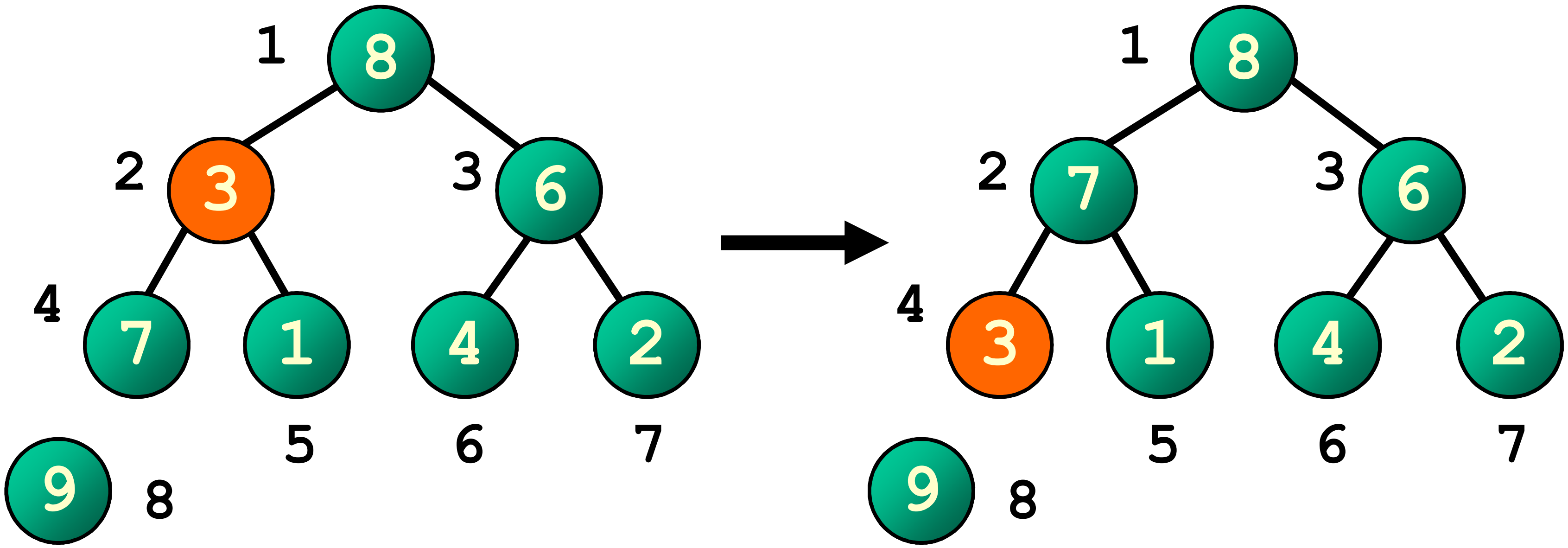
- “输出”后，需要重新调整成最大堆
  - 称作“筛选”



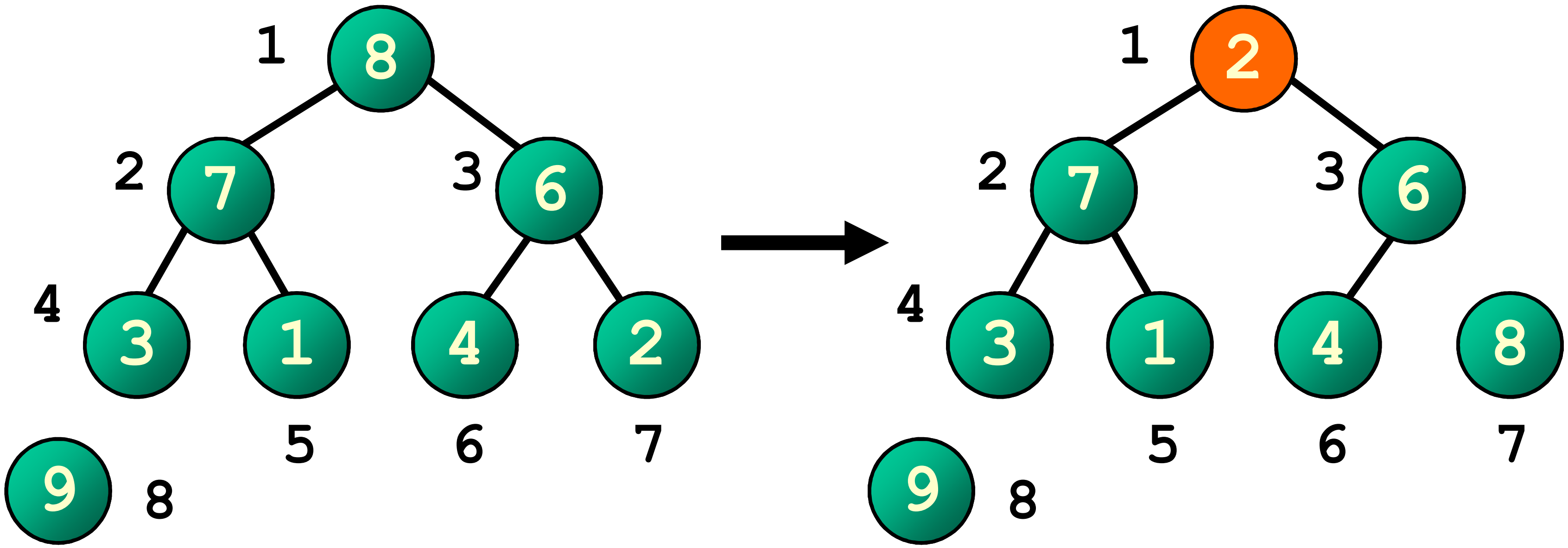
  - 3比8、6小，必须下移
  - 要从“儿子”中挑选合适的替换人选，因为除了堆顶元素，剩下来最大的就是第2层的元素了



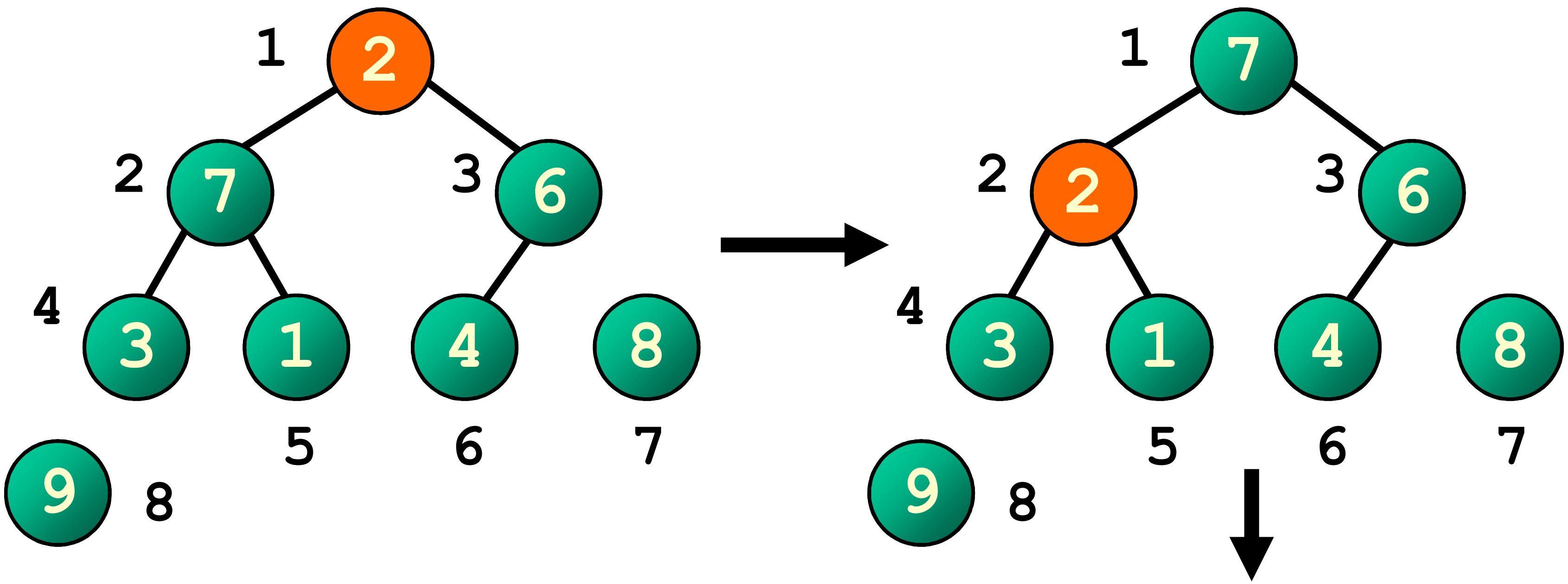
– 3的两个“儿子”中，8更大，应作为“继承人”
– 把3和8做交换



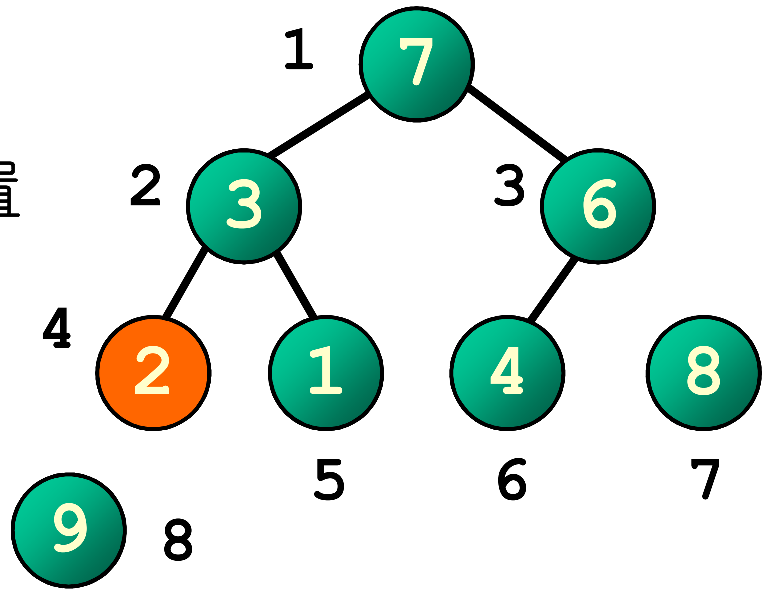
– 现在的3还不满足最大堆的要求，继续调整
– 在现在的3的“儿子”中挑选更大的一个做替换
– 直到3找到一个合适的位置为止



– 经过刚才的“筛选”，又重新整理成了最大堆
– 再次输出堆顶元素，肯定是现在最大的

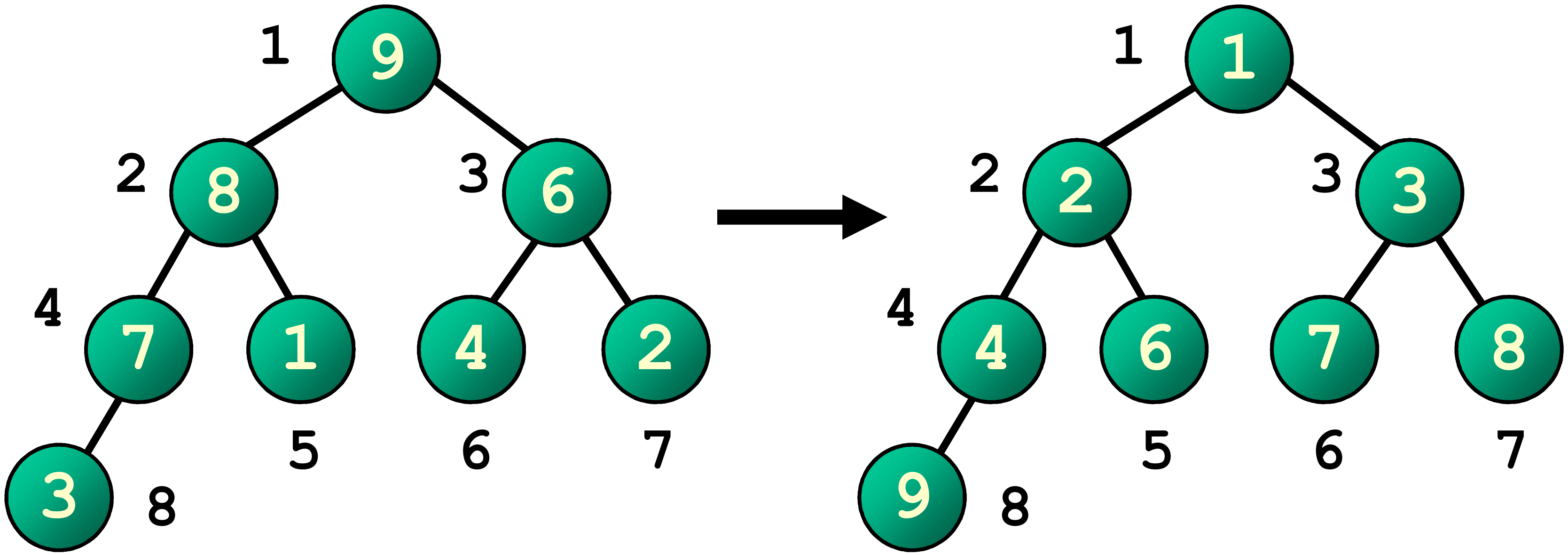


- 类似地，再次进行调整
  - 下移，直到找到合适的位置



堆排序

- 总之，如果待排序的数据已经被组织成了最大堆
  - 先输出堆顶元素
  - 再把新的堆顶元素重新整理成最大堆
  - 直到所有元素都输出

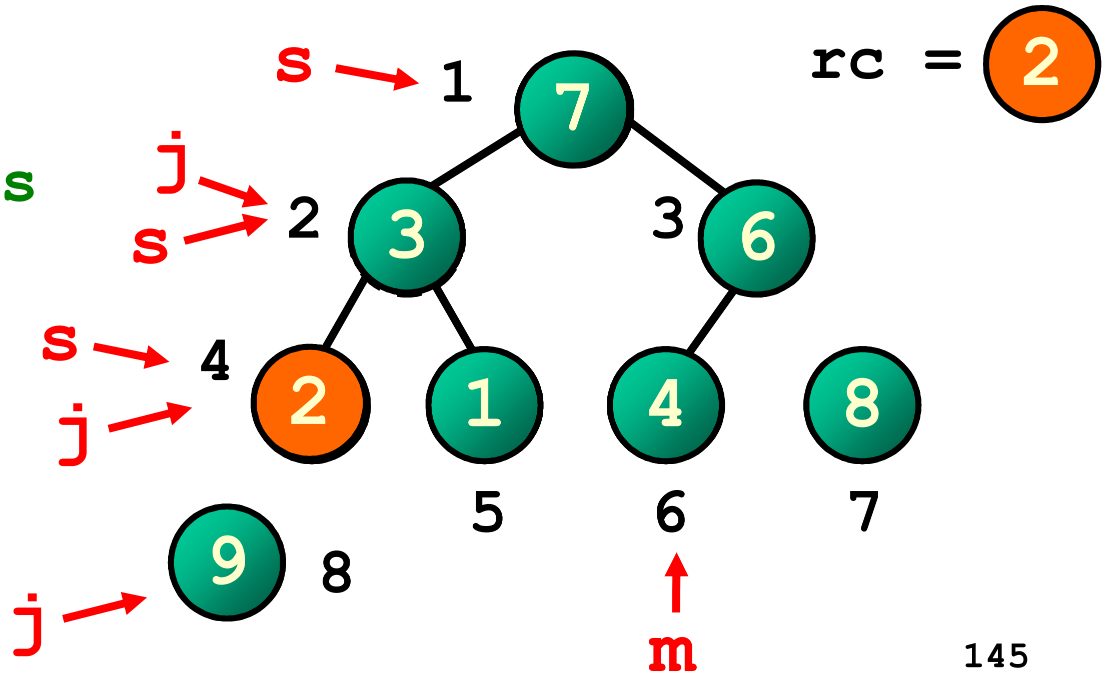


堆排序

- 调整一个元素的算法

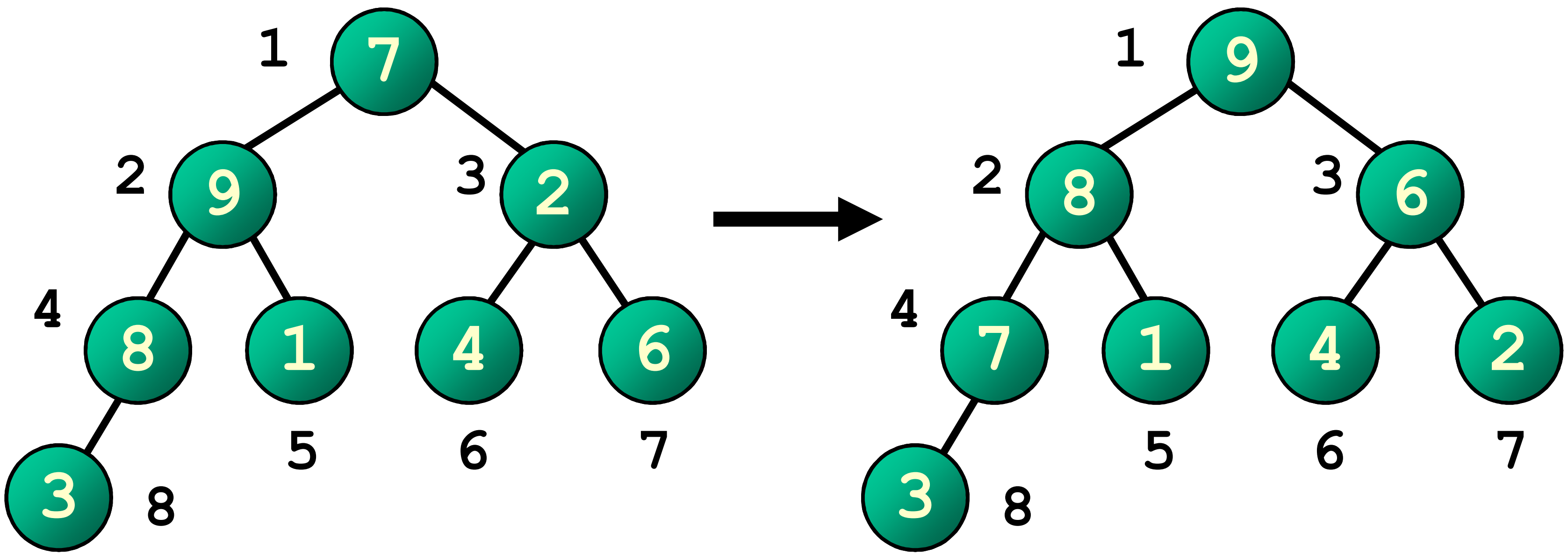
```
void HeapAdjust(ElemType H[], int s, int m){
  ElemType rc = H[s]; //暂时保存待下移的数据

  for(j = 2 * s; j <= m; j *= 2) {
    if(j < m && LT(H[j], H[j+1])
      j ++;     //j指向s较大的“儿子”

    if(!LT(rc. H.r[j]))
      break;  //若j的值比rc小，说明找到了s的位置

    H.r[s] = H.r[j]; //否则元素j上移
    s = j;
  }
  H.r[s] = rc;    //写入s
}
```

```
rc = H.r[s]; //暂时保存待下移的数据
for(j = 2 * s; j <= m; j *= 2) {
    if(j < m && LT(H.r[j], H.r[j+1]))
        j ++;       //j指向s较大的“儿子”
    //若j的值比rc小，说明找到了s的位置
    if(!LT(rc. H.r[j]))  break;
    H.r[s] = H.r[j]; //否则元素j上移
    s = j;
}
H.r[s] = rc; //写入s
```



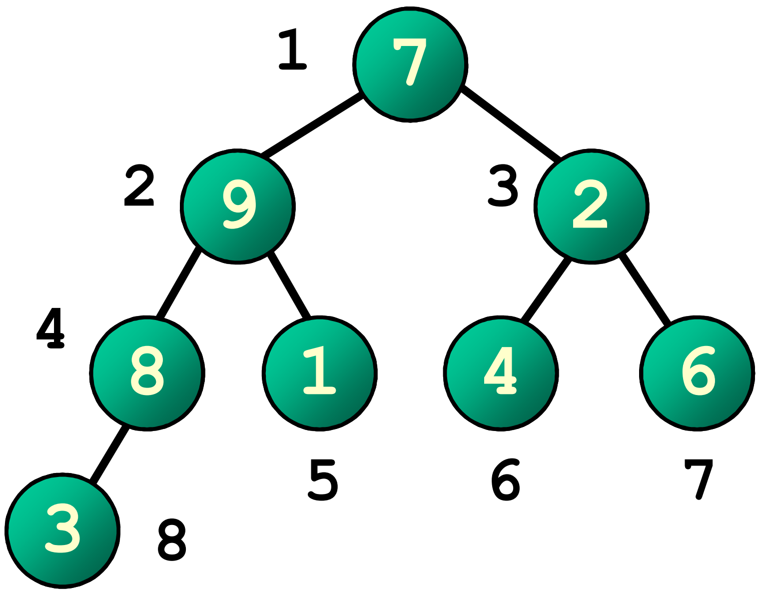
堆排序

- 杂乱无章的数据怎么整理成最大堆？



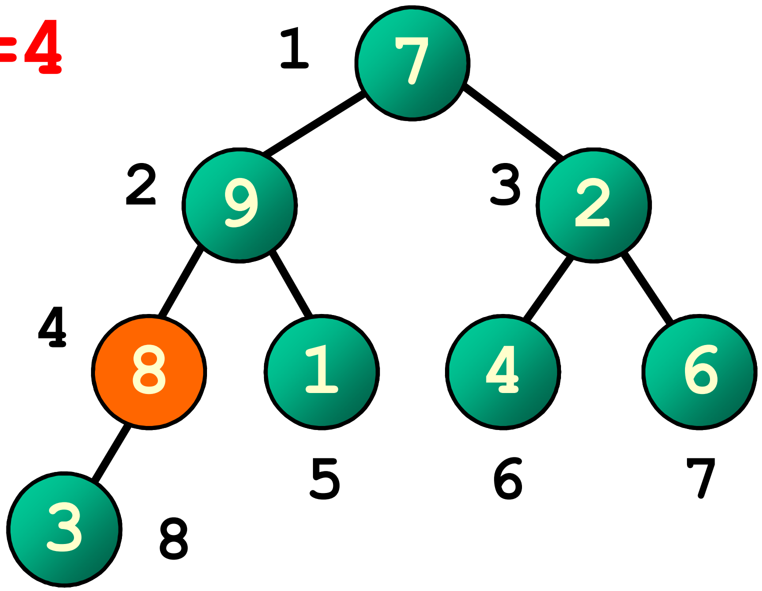
堆排序

- 把原始数据整理成最大堆
  - 对于叶节点来说，已经不可能再下移
  - 因此从非叶节点开始调整
    - n个节点中，非叶节点是1 ~ $\lfloor n/2 \rfloor$



堆排序

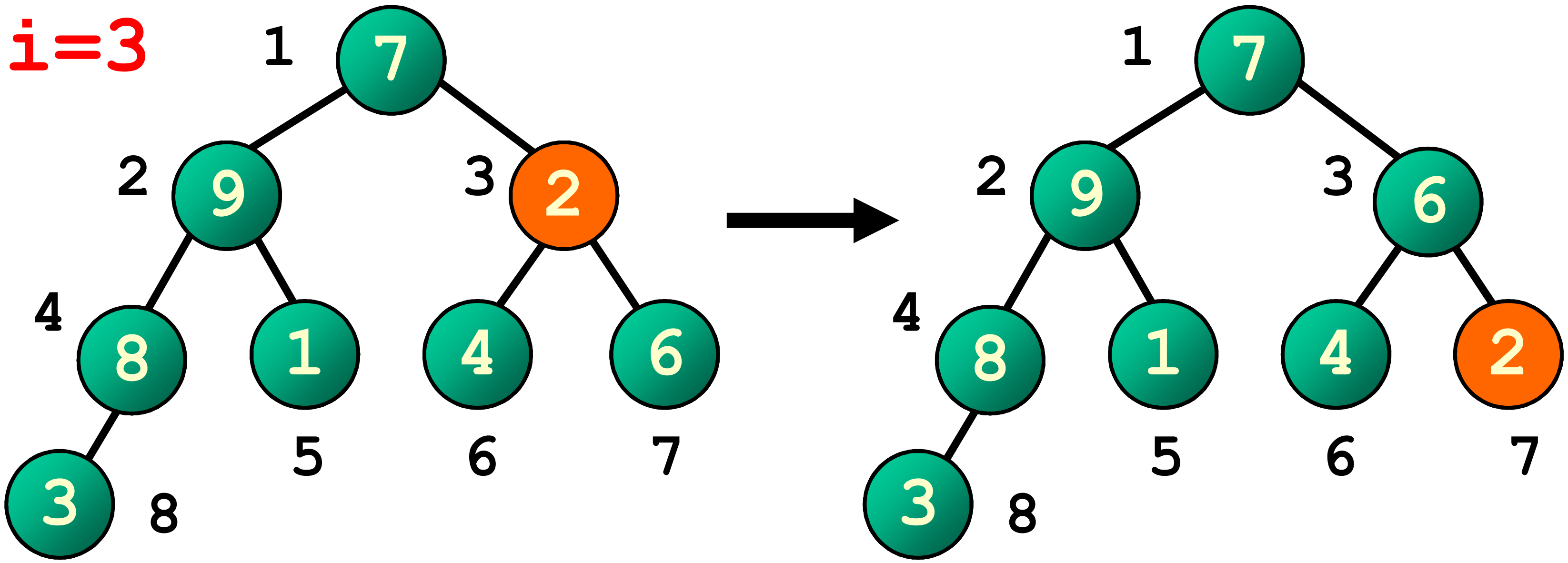
- i=4



- i比它的“儿子”们小么？
- 是，则下移
- 并用最大的那个儿子来替换它
- 直到找到合适的位置

堆排序

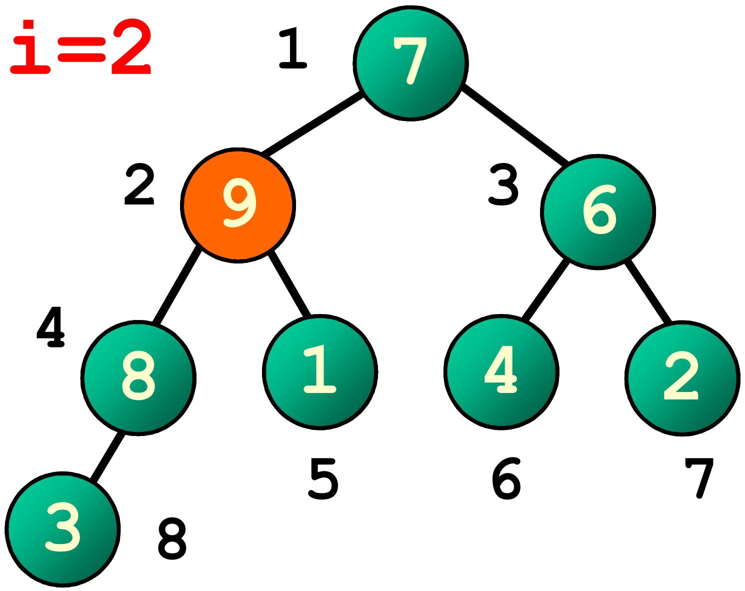
- i=3



  - i比它的“儿子”们小么？
  - 是，则下移
  - 并用最大的那个儿子来替换它
  - 直到找到合适的位置

堆排序

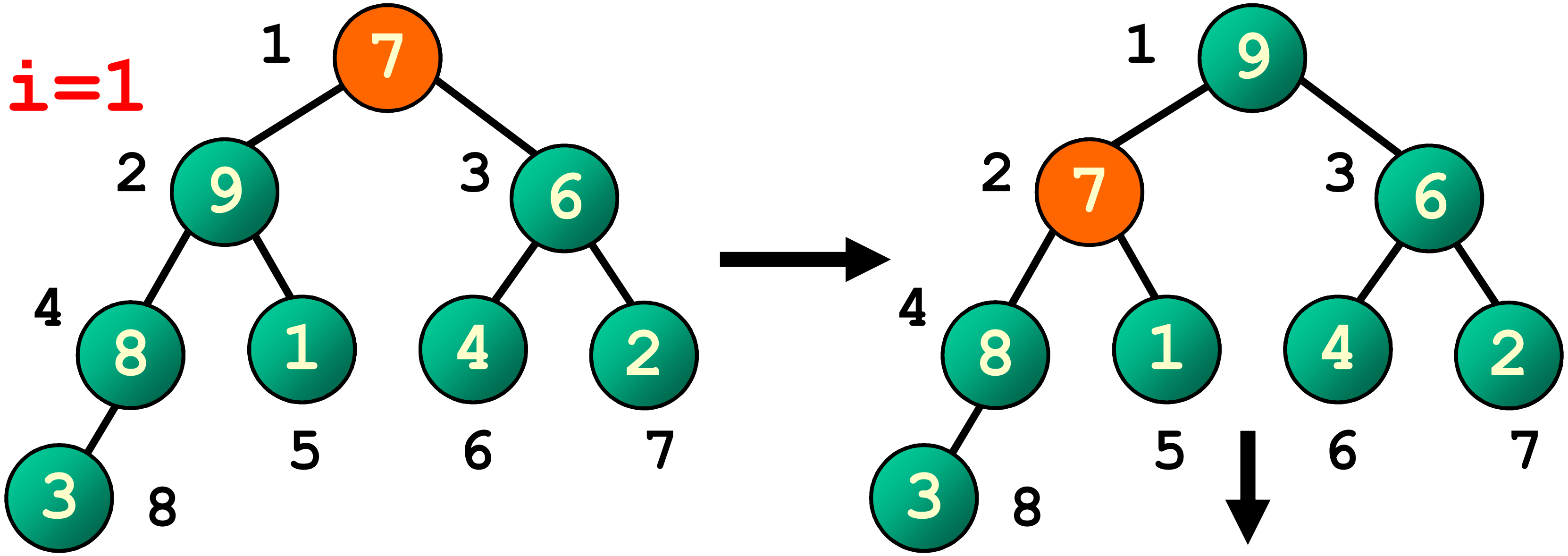
- **i=2**

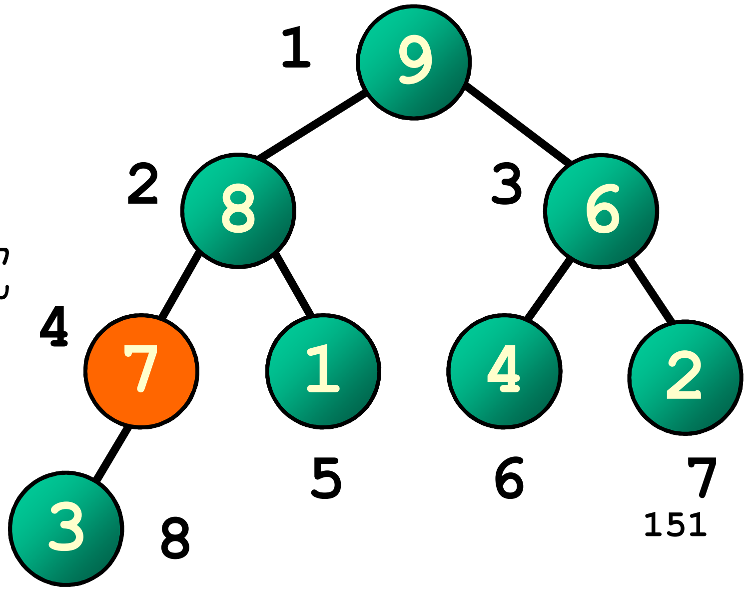


  - i比它的“儿子”们小么？
  - 是，则下移
  - 并用最大的那个儿子来替换它
  - 直到找到合适的位置

堆排序

- i=1





  - i比它的“儿子”们小么？
  - 是，则下移
  - 并用最大的那个儿子来替换它
  - 直到找到合适的位置

堆排序

- 把原始数据整理成最大堆
  - $i = \lfloor n/2 \rfloor$ to 1
  - 调整第i个元素
- 堆排序
  - 先把所有原始数据整理成最大堆
  - 输出堆顶元素
  - 调整新堆顶元素

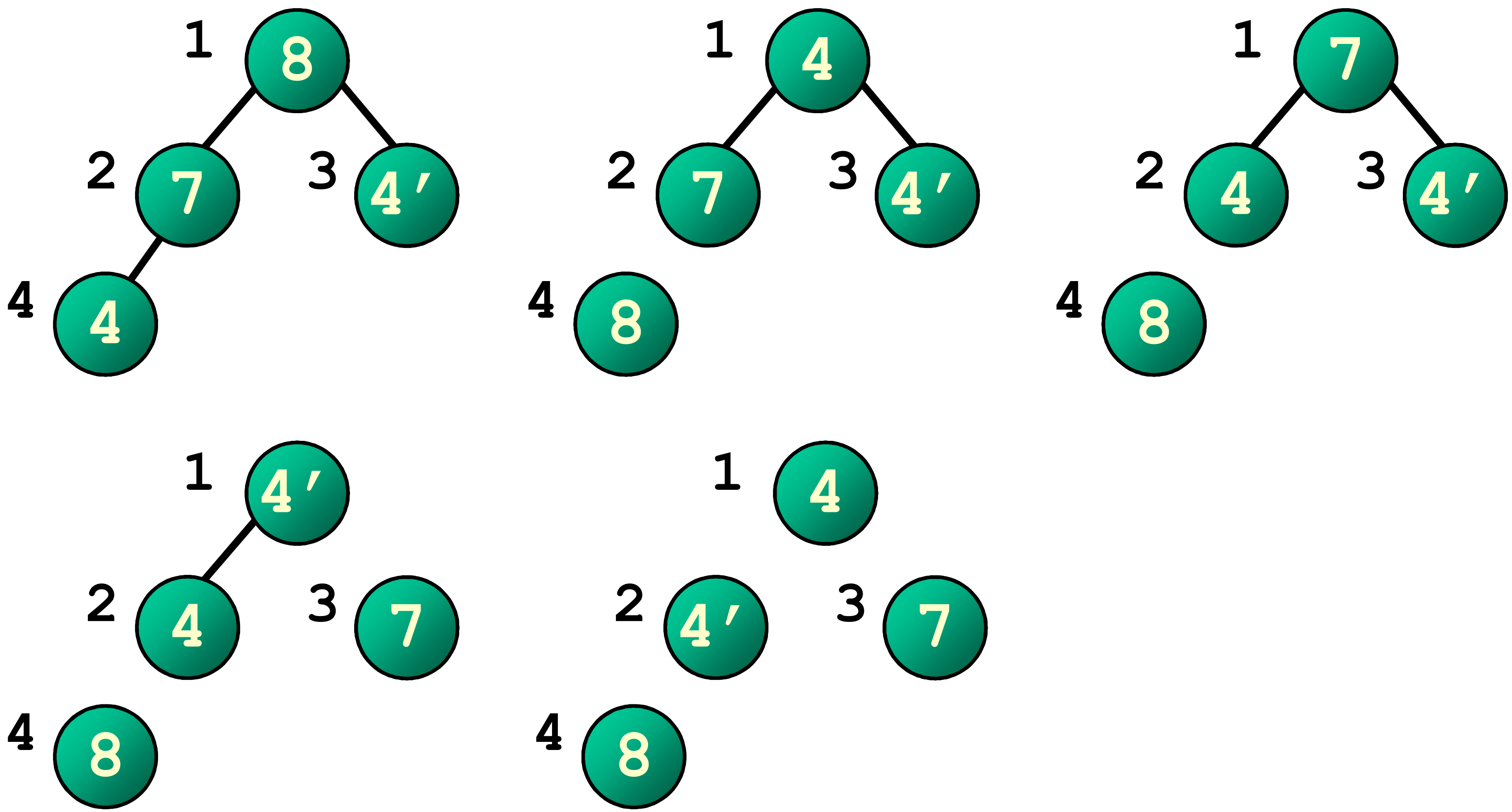
  } 直到所有元素都输出

堆排序

- 时间复杂度
  - 最差 O(n) + O(nlogn) = O(*n*log*n*)
  - 这是它相对于快速排序的一个优点
    - 所以特别适合大量数据的排序
- 空间复杂度
  - **O(1)**：交换数据时使用了一个临时变量
- 稳定性：
  - 不稳定

堆排序

- 不稳定



归并排序法

- 归并
  - 将两个或两个以上的有序表合并成一个新的有序表

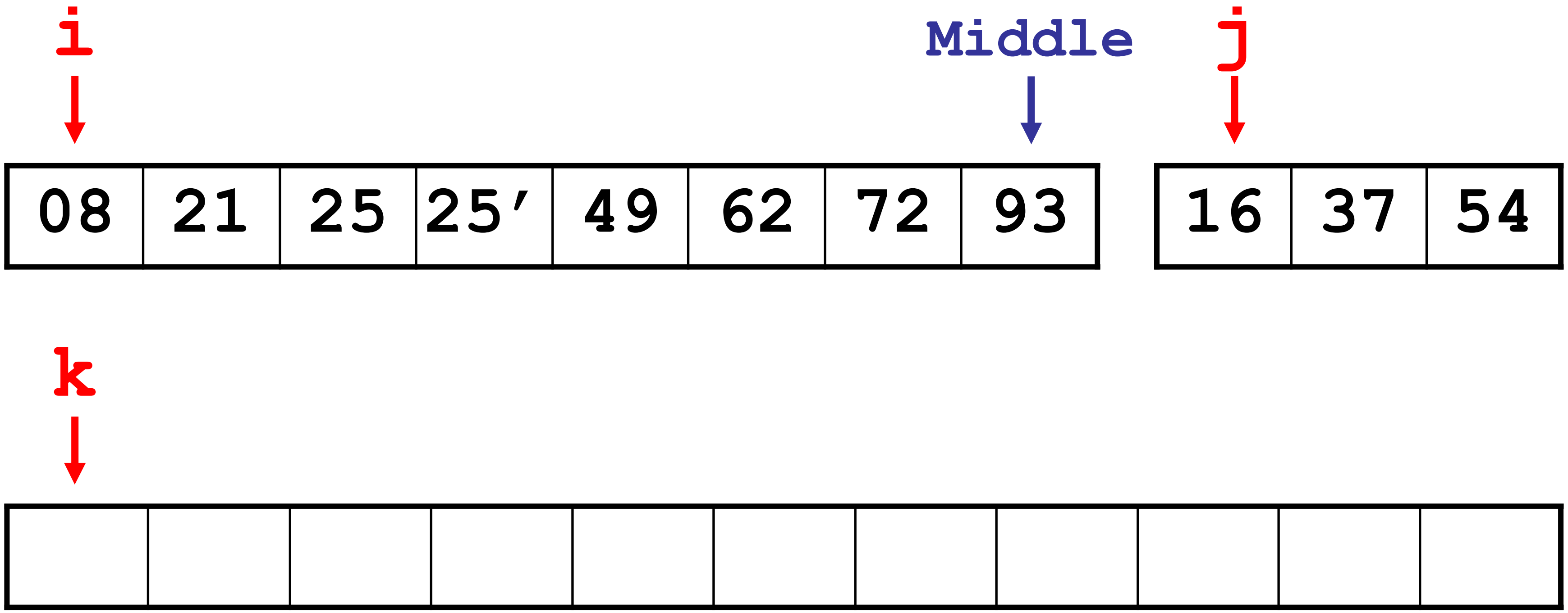
08	21	25	25′	49	62	72	93

16	37	54

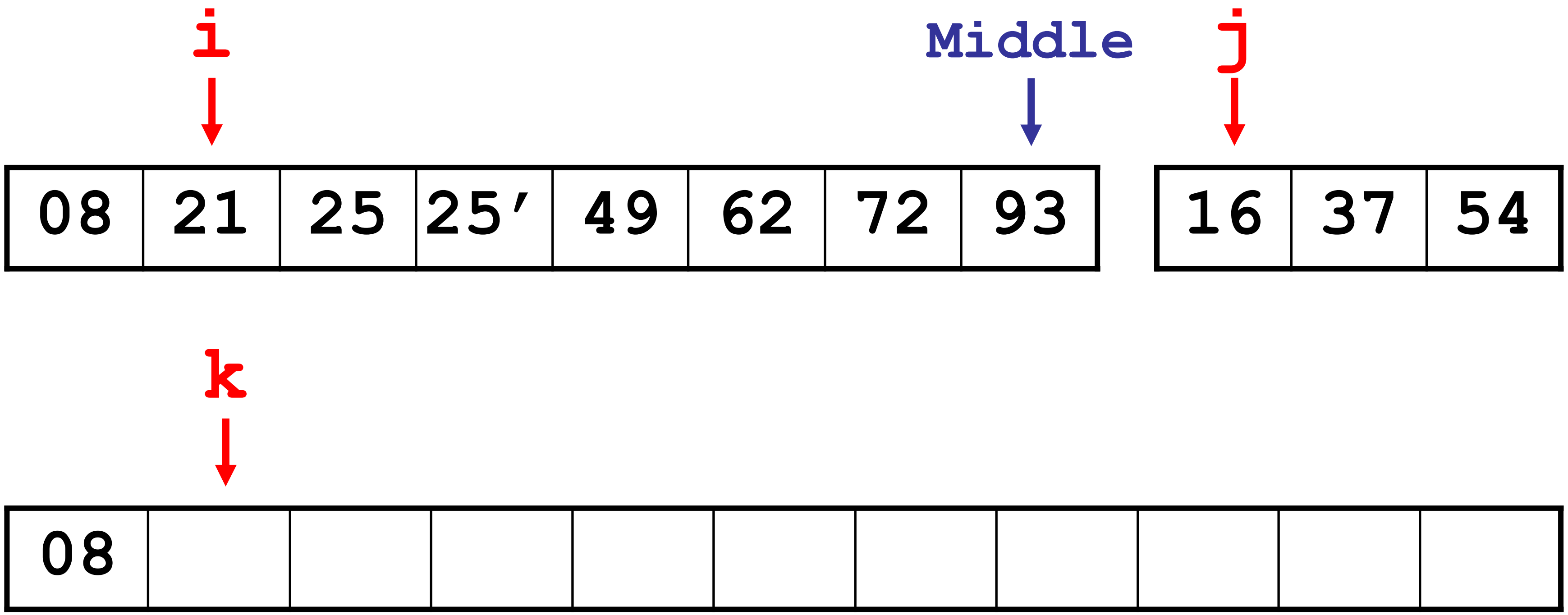
+

08	16	21	25	25′	37	49	54	62	72	93

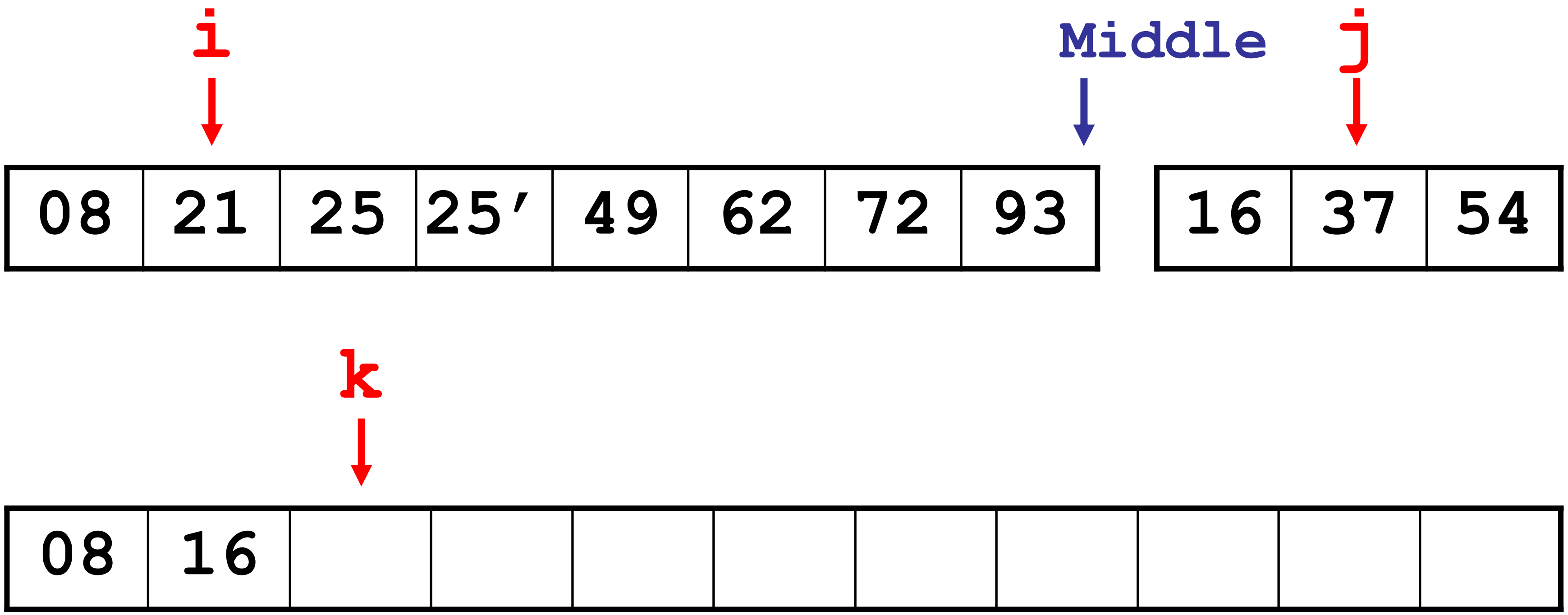
```
while(i <= Middle && j <= N)
     if(Data[i] <= Data[j])
          Output[k++] = Data[i++];
     else
          Output[k++] = Data[j++];
```



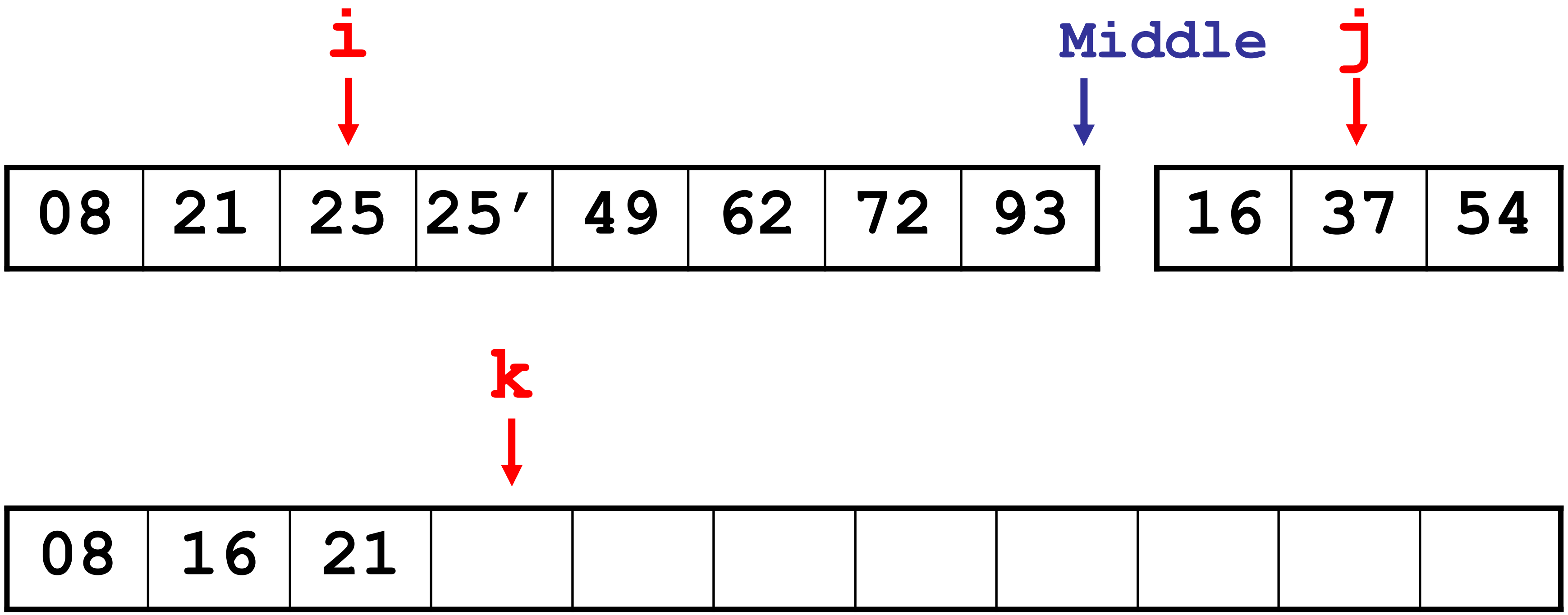
```
while(i <= Middle && j <= N)
    if(Data[i] <= Data[j])
        Output[k++] = Data[i++];
    else
        Output[k++] = Data[j++];
```



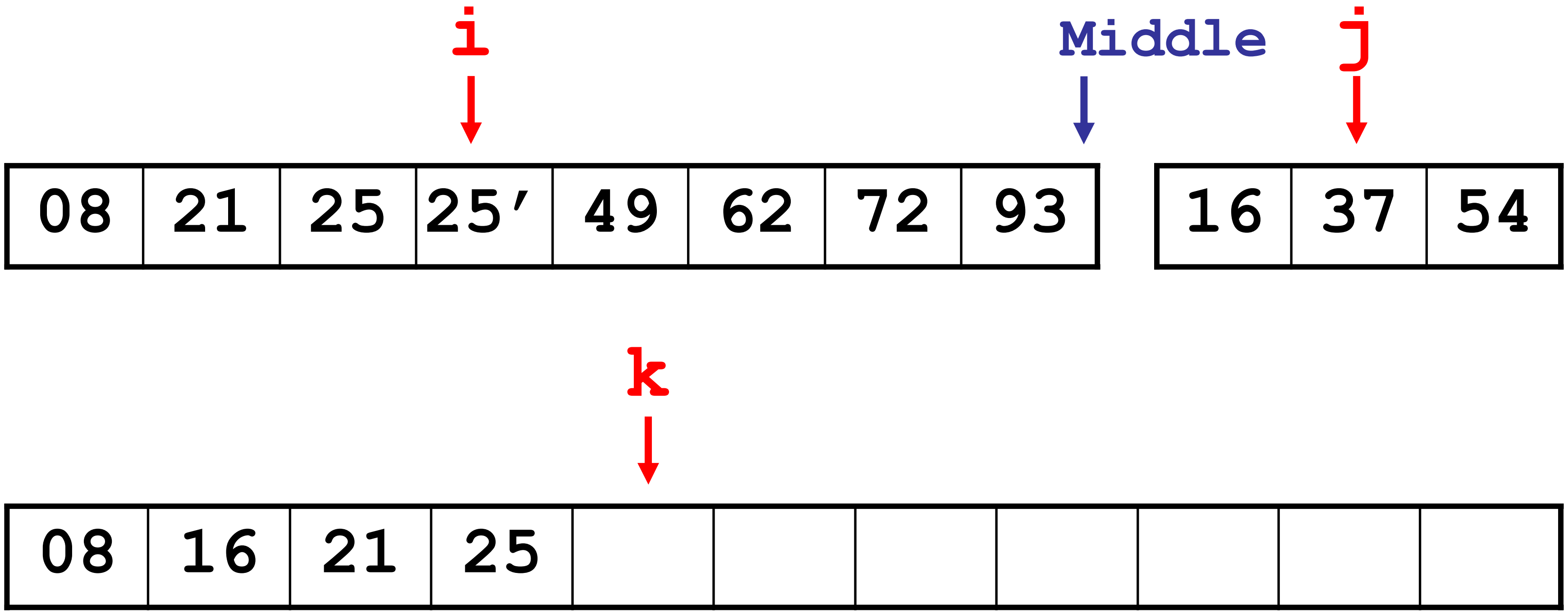
```
while(i <= Middle && j <= N)
    if(Data[i] <= Data[j])
        Output[k++] = Data[i++];
    else
        Output[k++] = Data[j++];
```



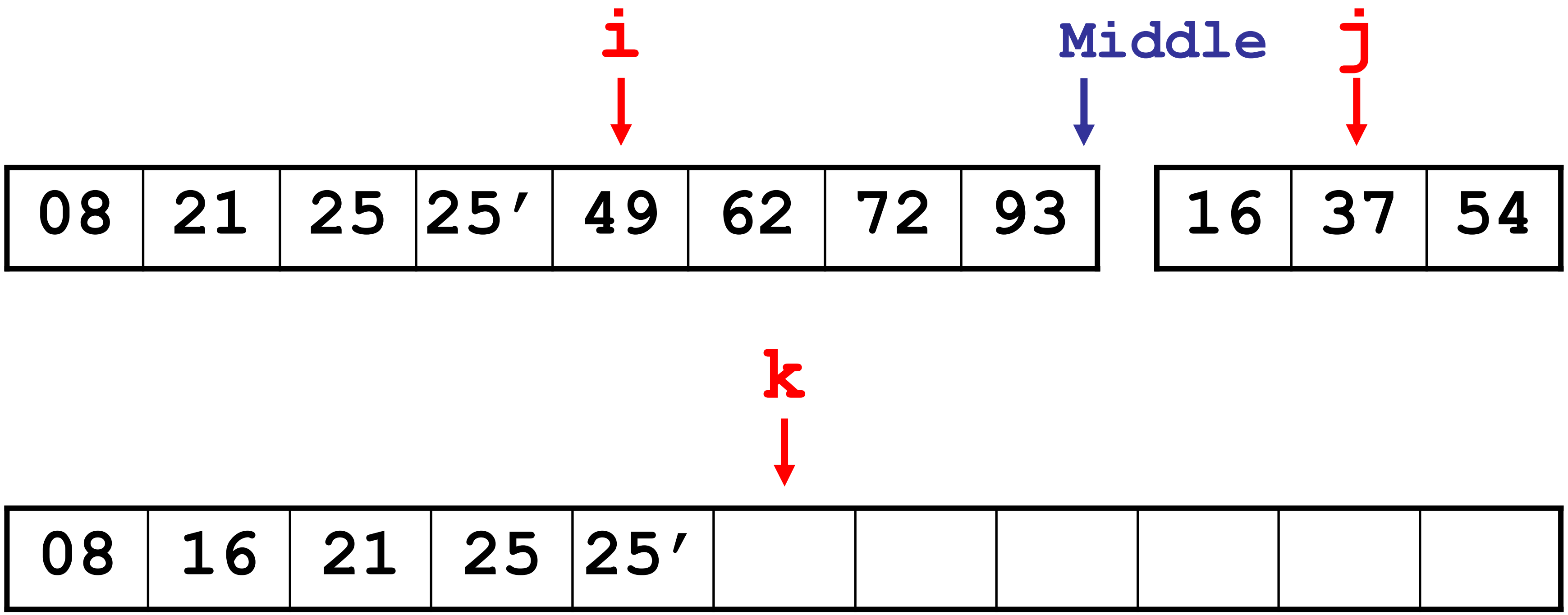
```
while(i <= Middle && j <= N)
    if(Data[i] <= Data[j])
        Output[k++] = Data[i++];
    else
        Output[k++] = Data[j++];
```



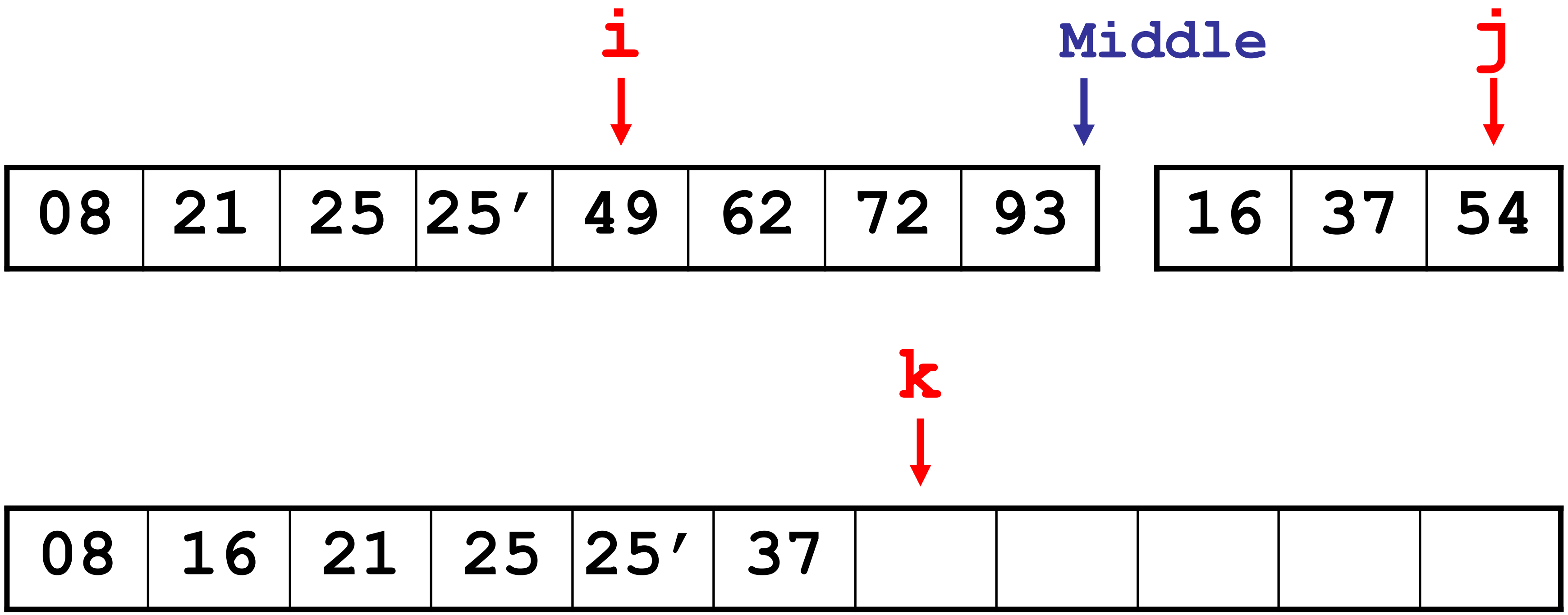
```
while(i <= Middle && j <= N)
    if(Data[i] <= Data[j])
        Output[k++] = Data[i++];
    else
        Output[k++] = Data[j++];
```



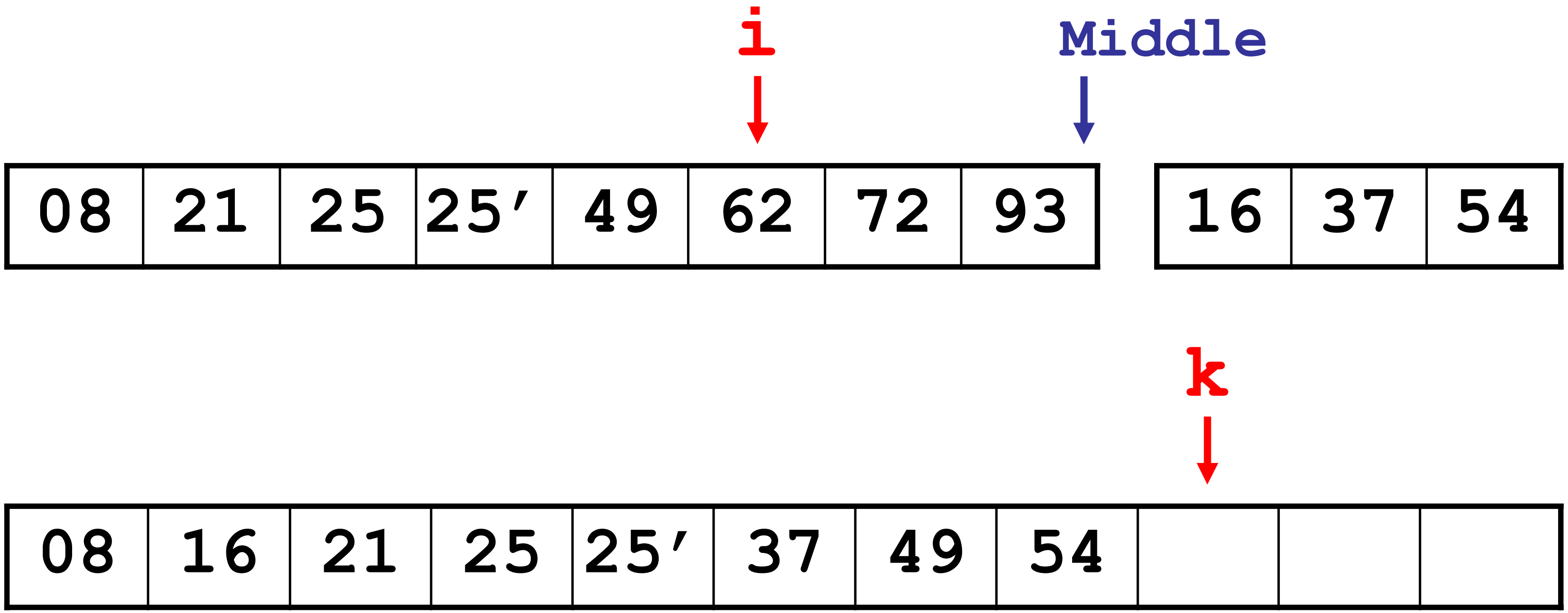
```
while(i <= Middle && j <= N)
    if(Data[i] <= Data[j])
        Output[k++] = Data[i++];
    else
        Output[k++] = Data[j++];
```



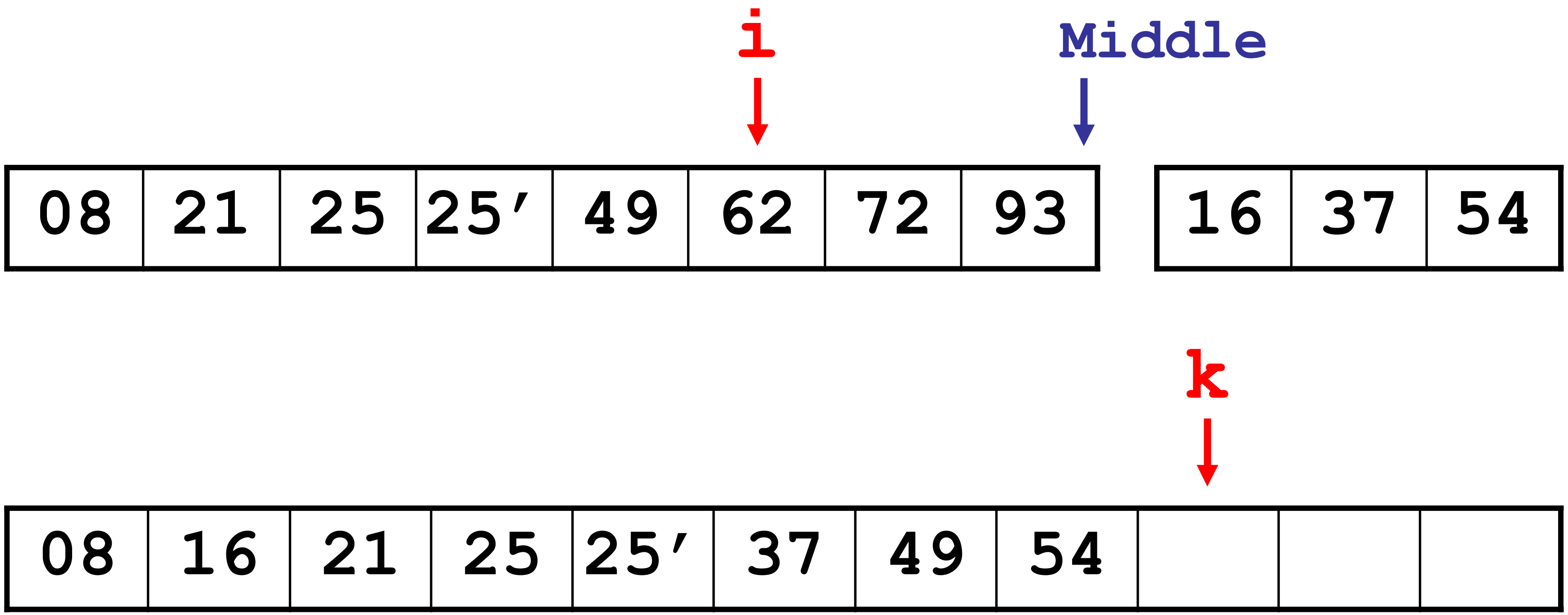
```
while(i <= Middle && j <= N)
    if(Data[i] <= Data[j])
        Output[k++] = Data[i++];
    else
        Output[k++] = Data[j++];
```



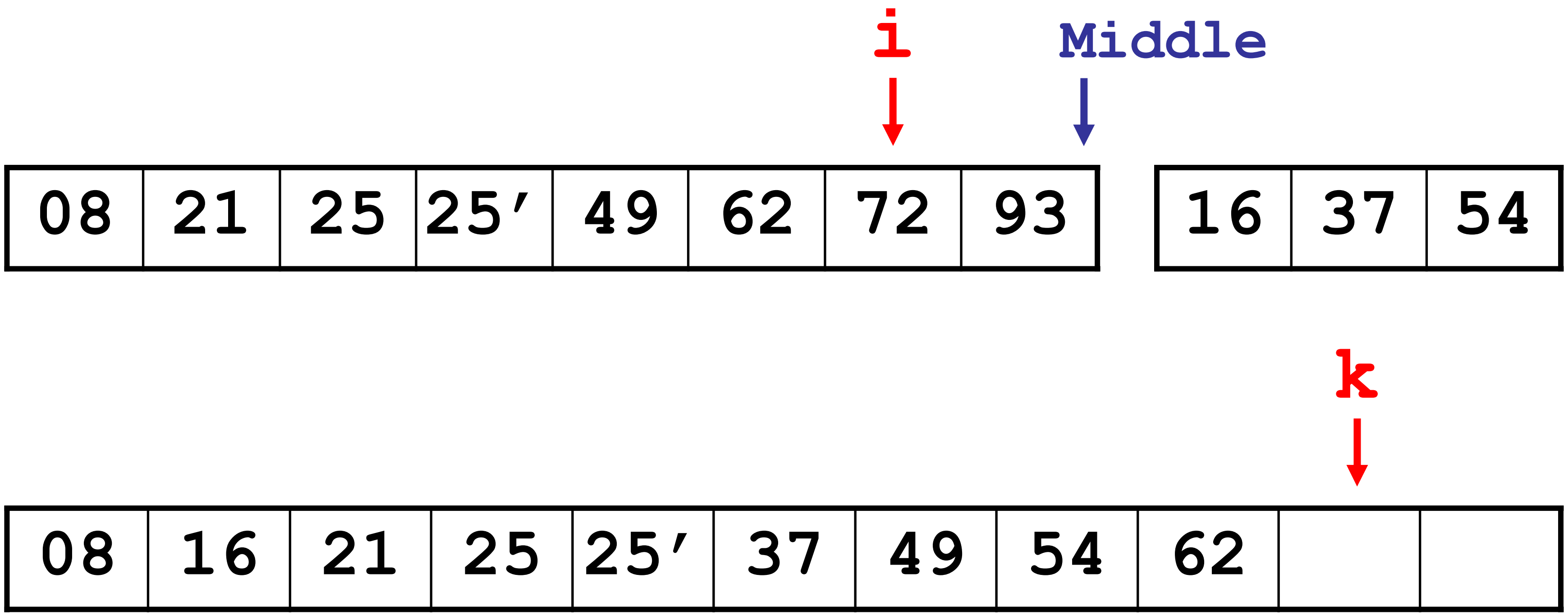
```
while(i <= Middle && j <= N)
    if(Data[i] <= Data[j])
        Output[k++] = Data[i++];
    else
        Output[k++] = Data[j++];
```



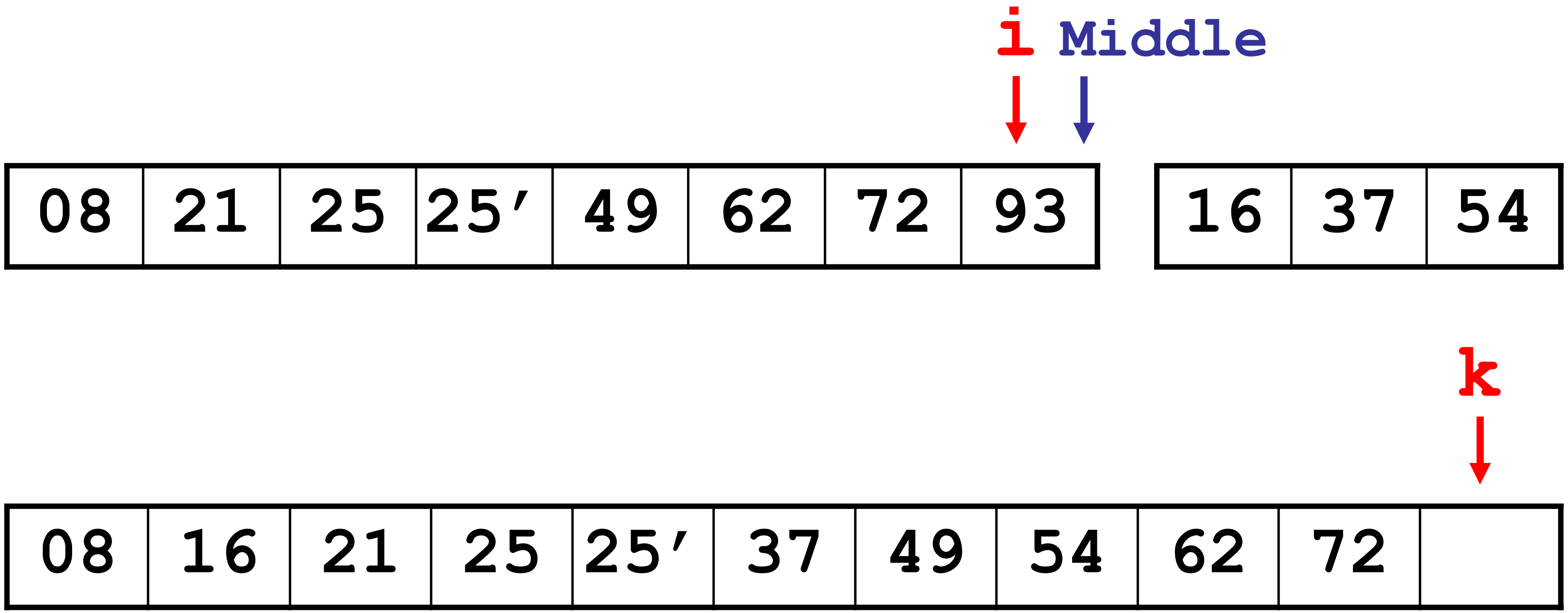
```
while(i <= Middle)
     Output[k++] = Data[i++];
while(j <= Middle)
     Output[k++] = Data[j++];
```



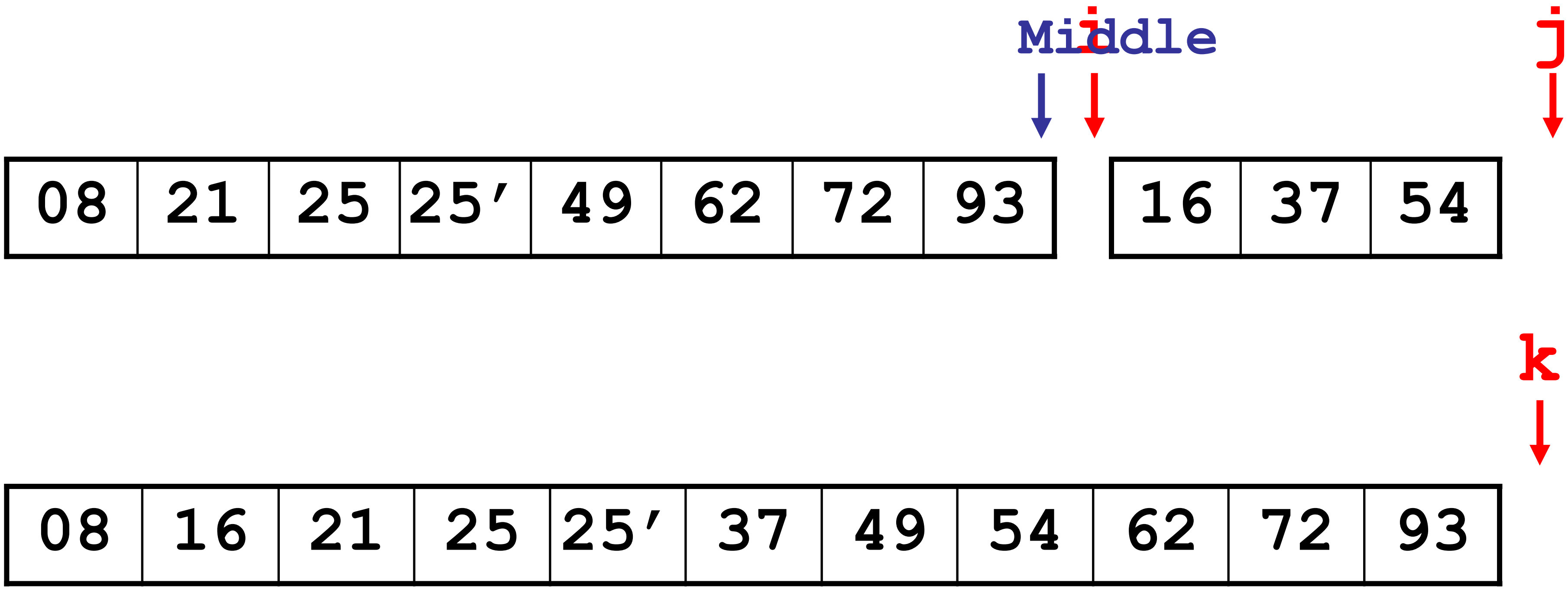
```
while(i <= Middle)
    Output[k++] = Data[i++];
while(j <= Middle)
    Output[k++] = Data[j++];
```



```
while(i <= Middle)
    Output[k++] = Data[i++];
while(j <= Middle)
    Output[k++] = Data[j++];
```



```
while(i <= Middle)
    Output[k++] = Data[i++];
while(j <= Middle)
    Output[k++] = Data[j++];
```



归并排序法

- 二路归并算法
  - 如果两个序列都还有数据
    - 挑选其中更小的一个写入目标序列

```
while(i <= Middle && j <= N)
    if(Data[i] <= Data[j])
        Output[k++] = Data[i++];
    else
        Output[k++] = Data[j++];
```

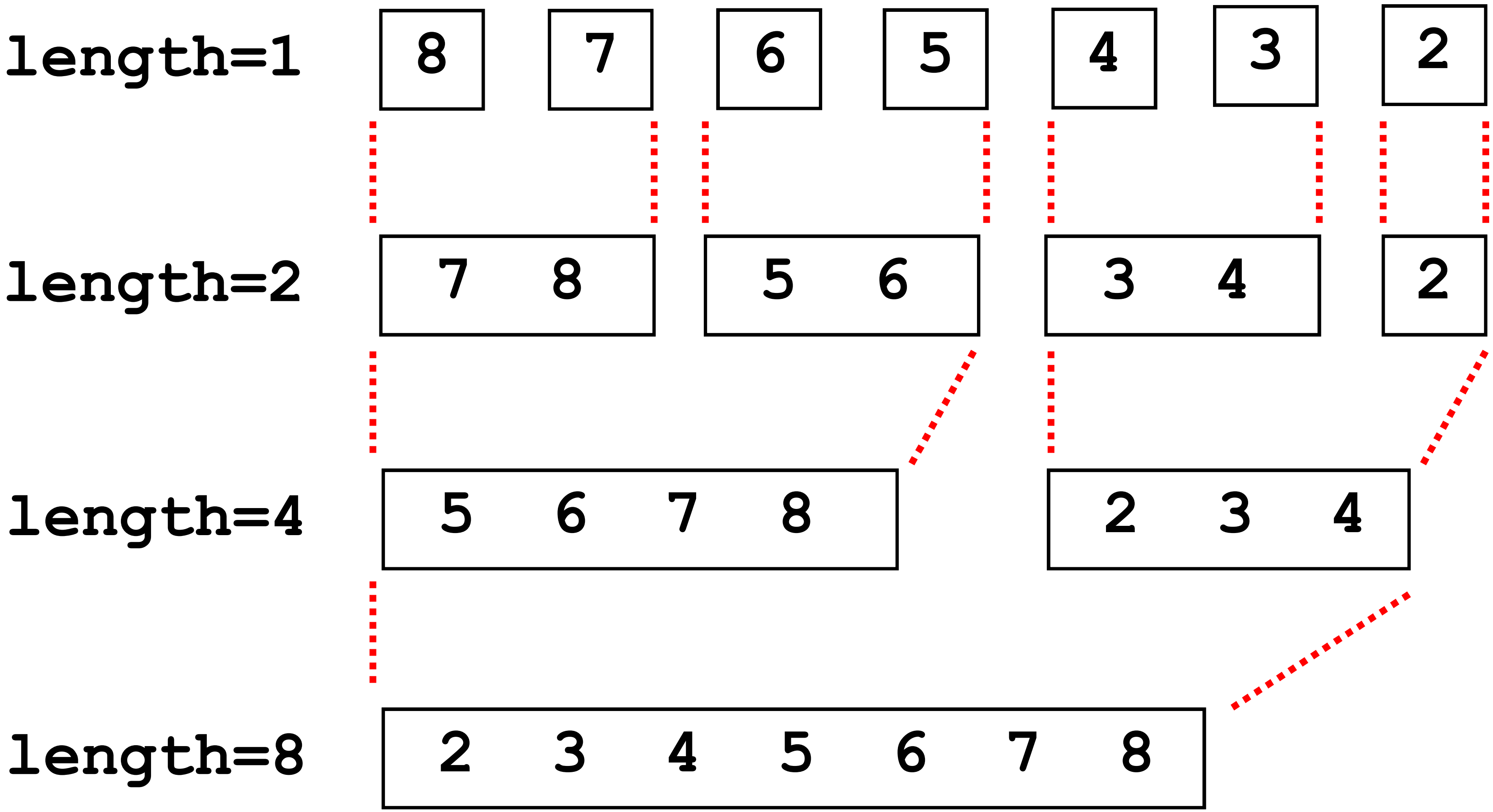
归并排序法

- 如果有一个序列已经扫描完毕
  - 只可能有一个序列扫描完毕
  - 把另一个序列剩余数据依次写入目标序列

```
// i还有剩余
while(i <= Middle)
    Output[k++] = Data[i++];
// j还有剩余
while(j <= Middle)
    Output[k++] = Data[j++];
```

归并排序法

- 迭代的归并排序算法
  - 假设初始序列有 *n* 个对象
  - 首先把它看成是 *n* 个长度为 **1** 的有序子序列 **(**归并项**)**，先做两两归并
  - 得到 $\lceil n/2 \rceil$ 个长度为 **2** 的归并项**(**如果 *n* 为奇数，则最后一个有序子序列的长度为**1)**
  - 再做两两归并...
  - 重复，最后得到一个长度为 *n* 的有序序列


length=1
8
7
6
5
4
3
2
length=2
7 8
5 6
3 4
2
length=4
5 6 7 8
2 3 4
length=8
2 3 4 5 6 7 8

归并排序法

- 时间复杂度
  - $O(n\log_2 n)$
- 空间复杂度
  - 需要另外一个与原待排序序列同样大小的辅助空间
  - 这是这个算法的缺点
- 稳定性
  - 稳定

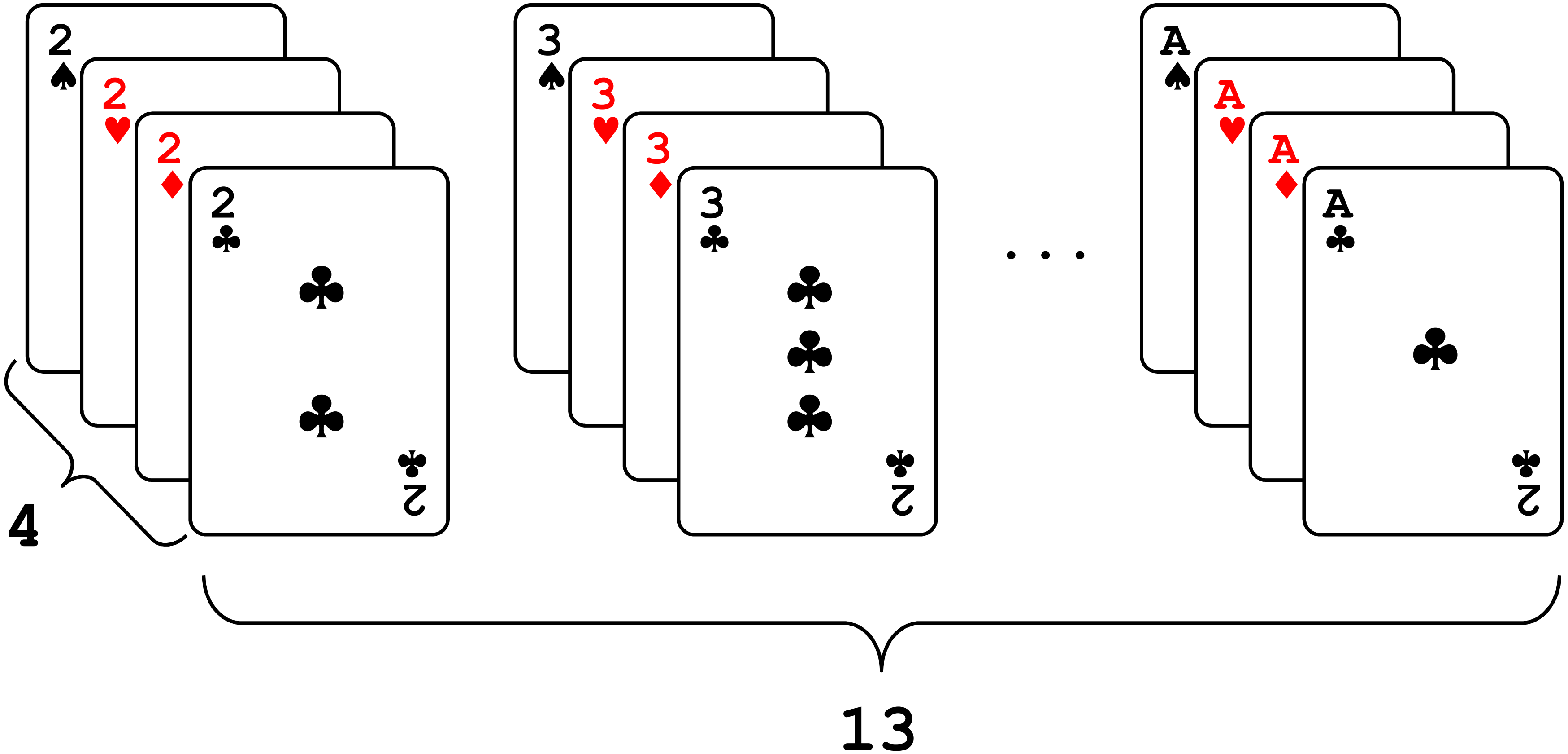
基数排序

- 多关键字排序
  - 前面的排序方法只有一个关键字（排序码）
  - 有时候可能存在多个关键字，比如扑克牌
    - 关键字1：面值　2 < 3 <....< K < A
    - 关键字2：花色　♣ < ♦ < ♥ < ♠
    - 在扑克牌中，面值是主关键字，当主关键字相同时再比较次关键字

2♠ < 3♣ < 3♥

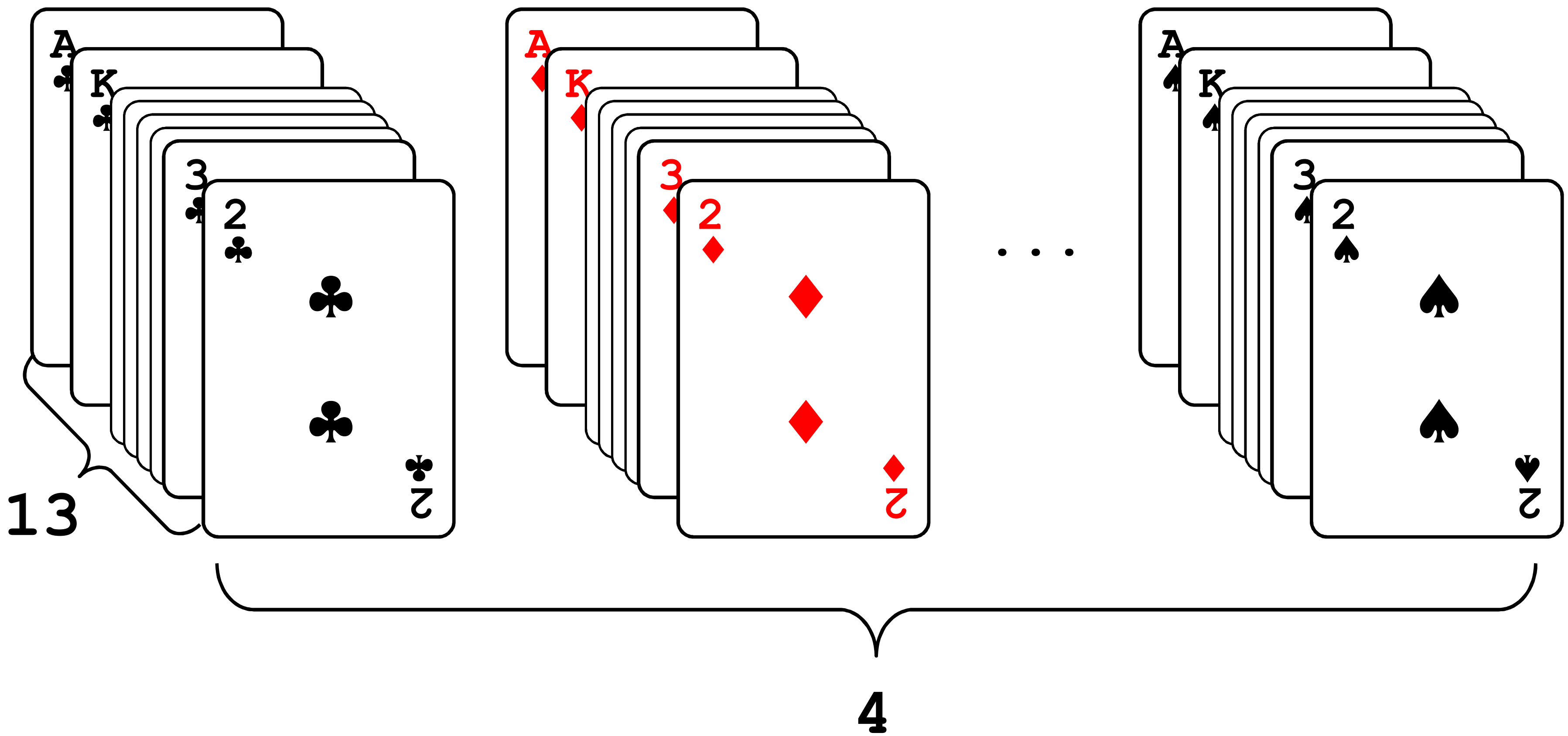
基数排序

- 主关键字优先对扑克牌进行排序



基数排序

- 次关键字优先对扑克牌进行排序



基数排序

- 扩展一下问题
  - 在算术中，**300 > 299**，因为前者的百位数比后者的百位数大
  - 也就是我们比较两个数字的大小，总是先看最高位，再看次高位，以此类推
  - 因此可以把每一位数看作是一个关键字
  - 每个关键字的取值范围是**0~9**
  - 这里有**3**个关键字

基数排序

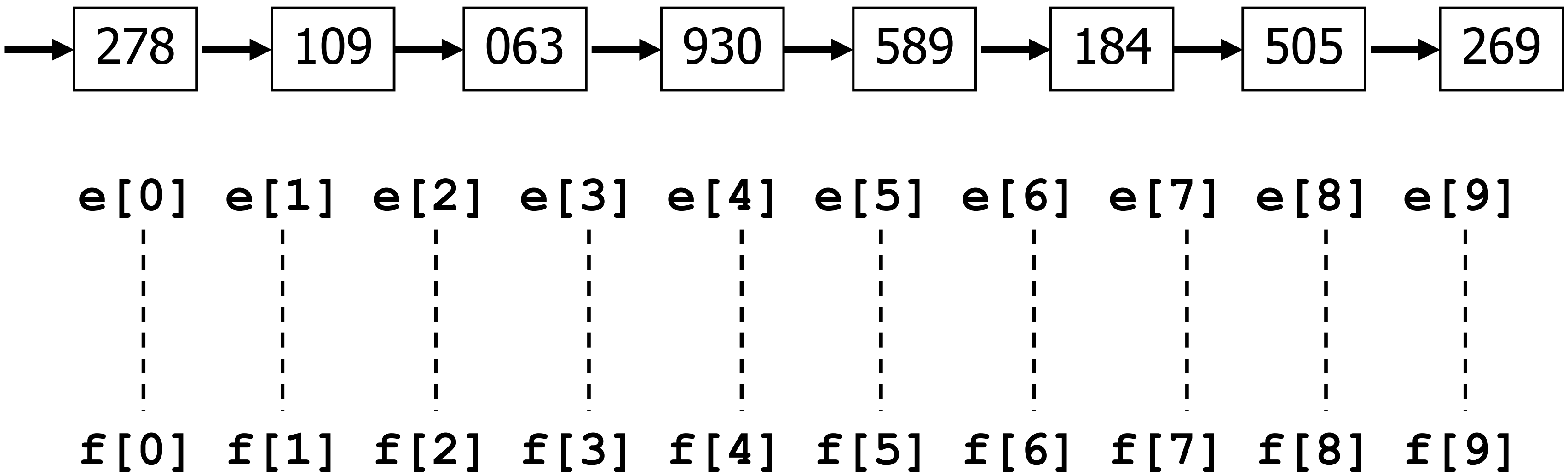
- 类似的
  - **CBAD < CDAB**
  - 可以把这里的每一位看作一个关键字
  - 每一个关键字的取值范围是**A~Z**
  - 这里有**4**个关键字

基数排序

- 链式基数排序算法
  - 接下来我们都以关键字为数字来讨论
  - 假设对如下记录进行排序：
    - **278、109、063、930、589、184、505、269、008、083**
  - 注意：
    - 这里的一条记录不是一个整数（**int**）
    - 而是有**3**个关键字
    - 每个关键字是一个整数而已

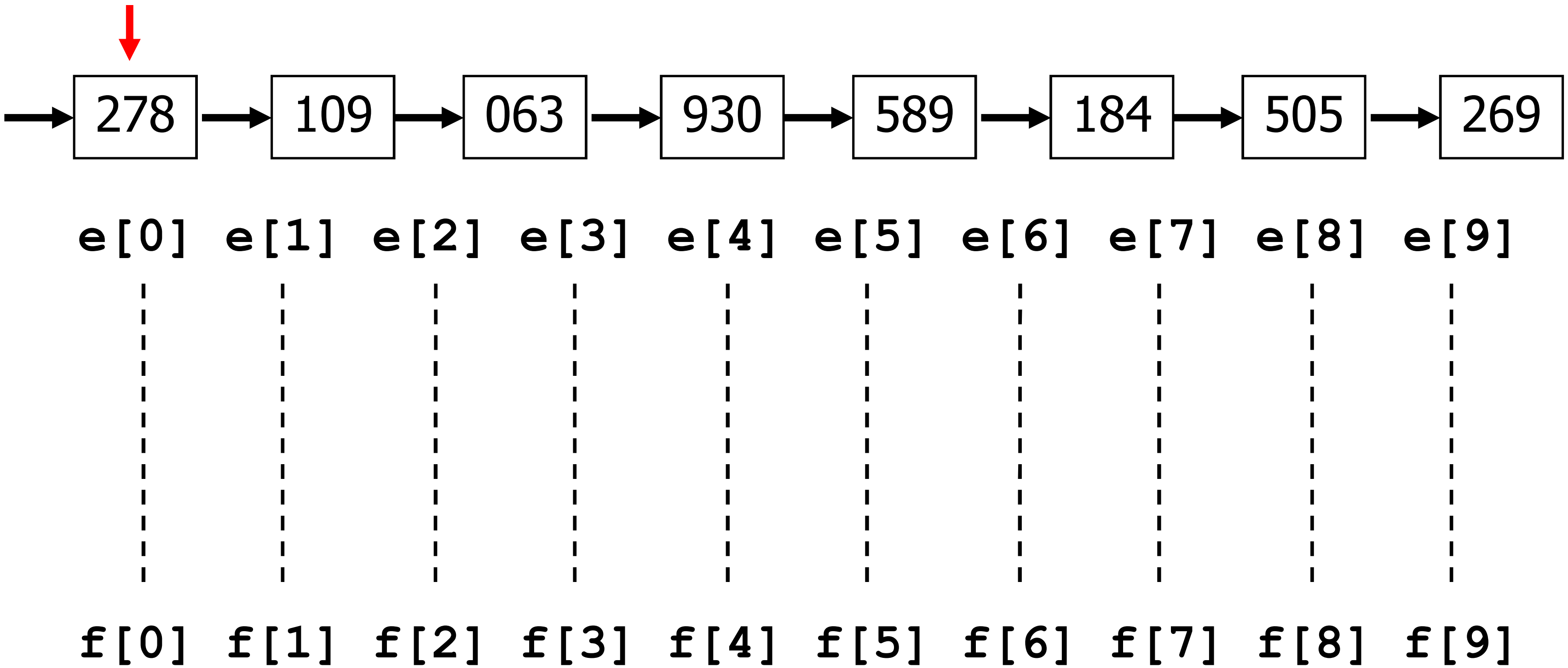
基数排序

- 基本思想：“分配”+“收集”
  - 首先原始数据被保存在链表中
  - 关键字的取值范围是0~9，因此再准备10个队列（也用链表实现）



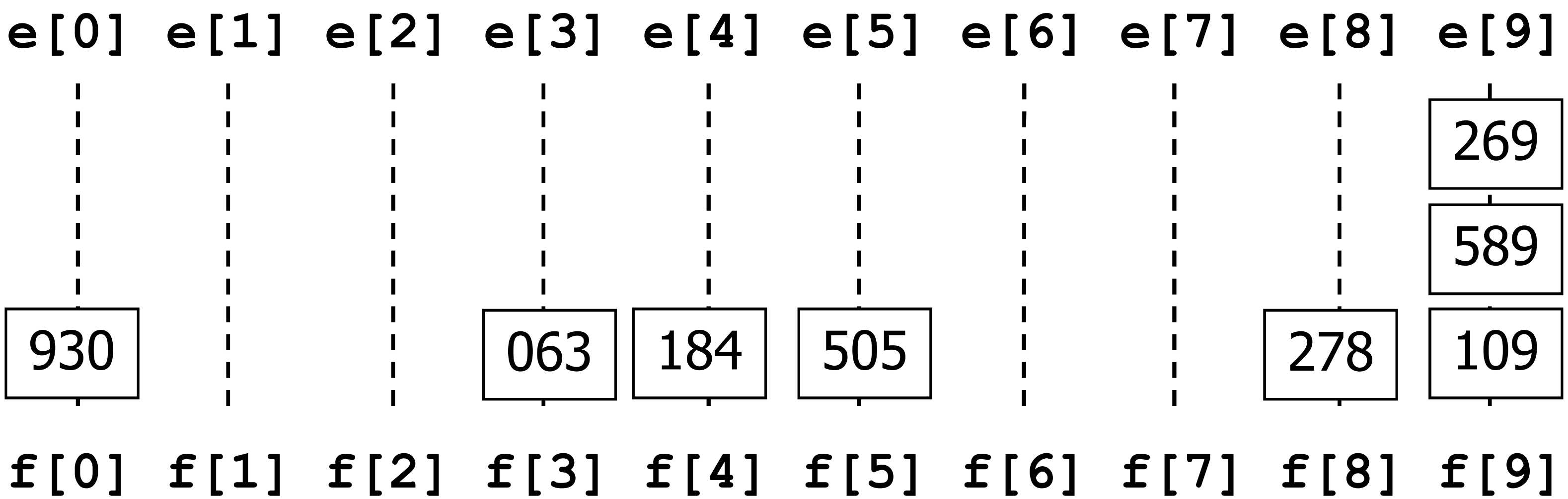
基数排序

- 第1趟：针对个位数
  - “分配”：扫描每一个记录，按照个位数分别放到相应的队列中



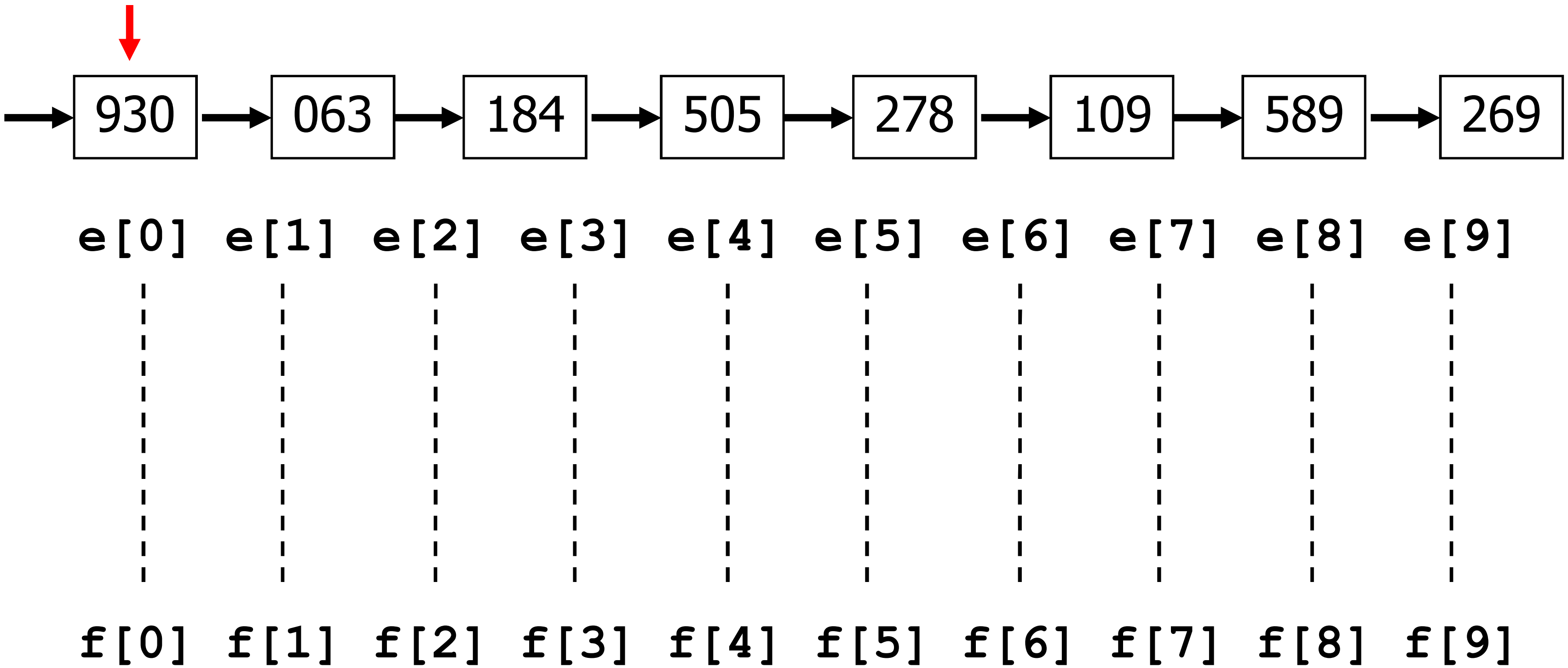
基数排序

- 第1趟：针对个位数
  - “收集”：将各队列的记录重新组织成一个链表



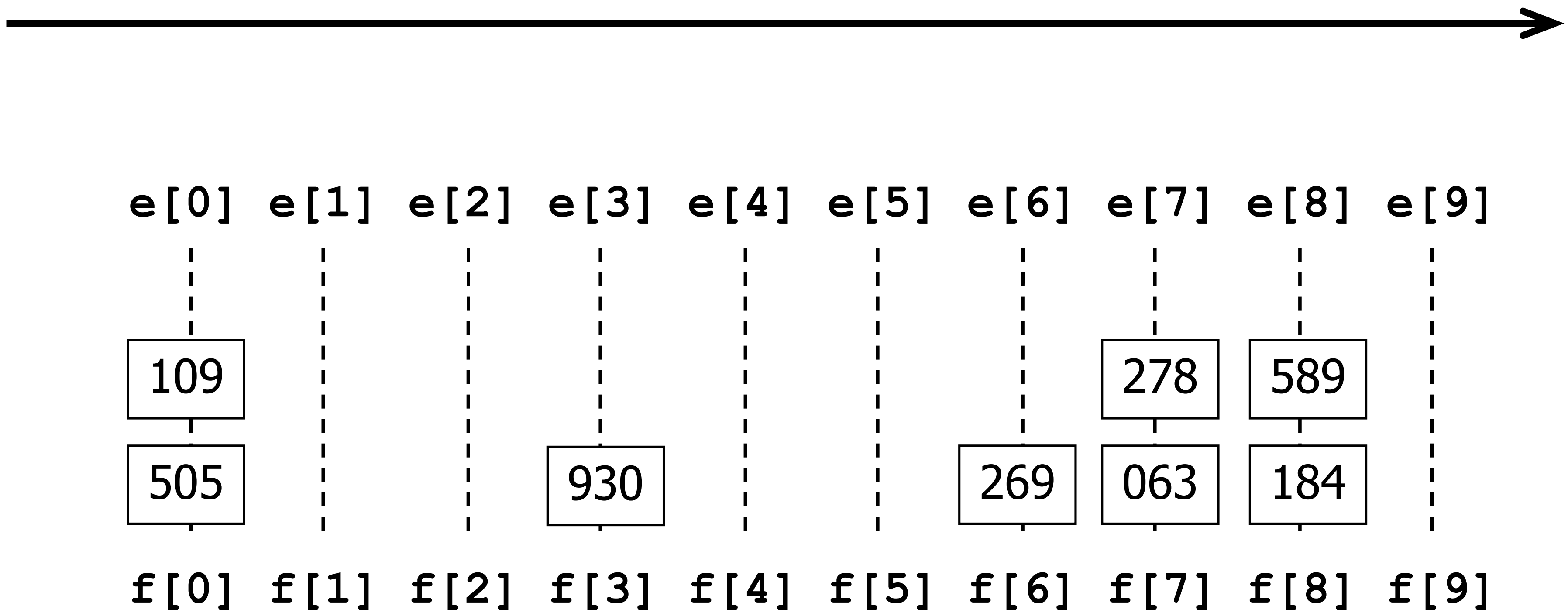
基数排序

- 第**2**趟：针对十位数
  - “分配”：扫描每一个记录，按照十位数分别放到相应的队列中



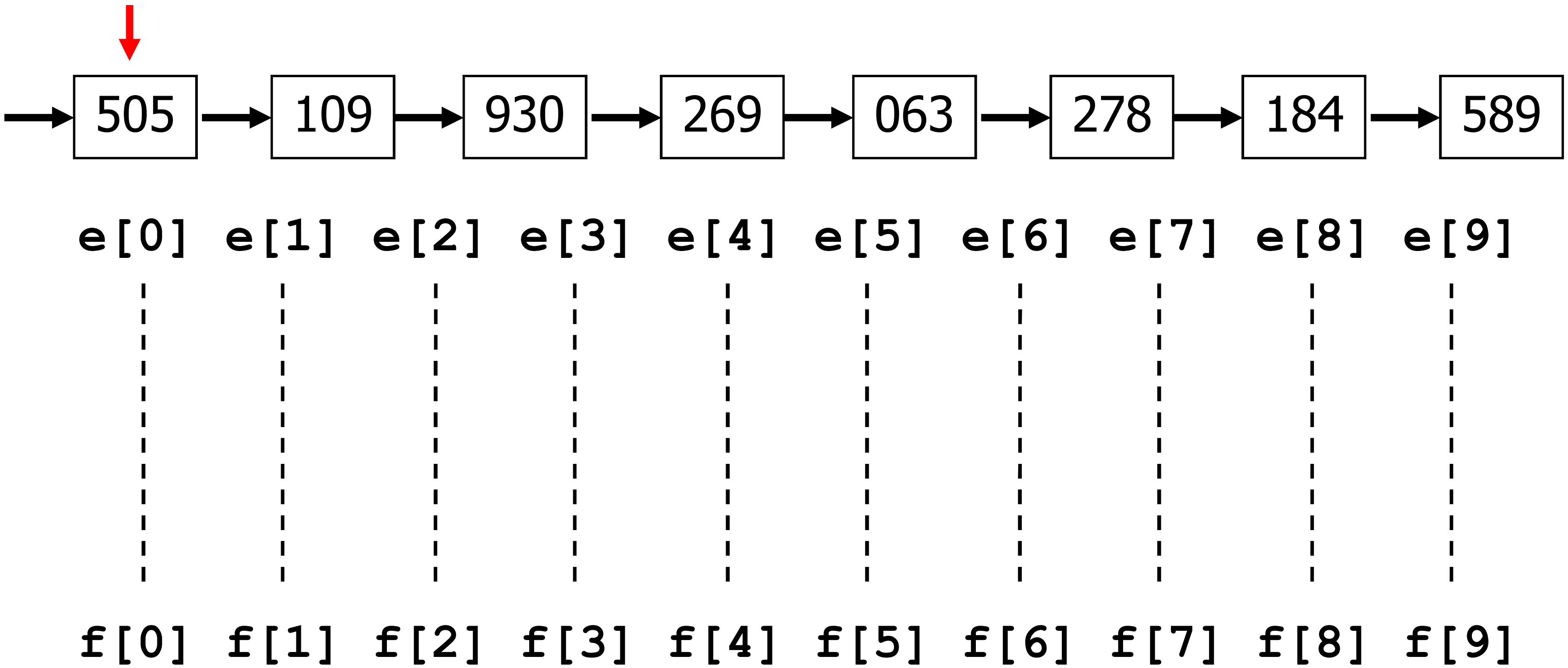
基数排序

- 第2趟：针对十位数
  - “收集”：将各队列的记录重新组织成一个链表



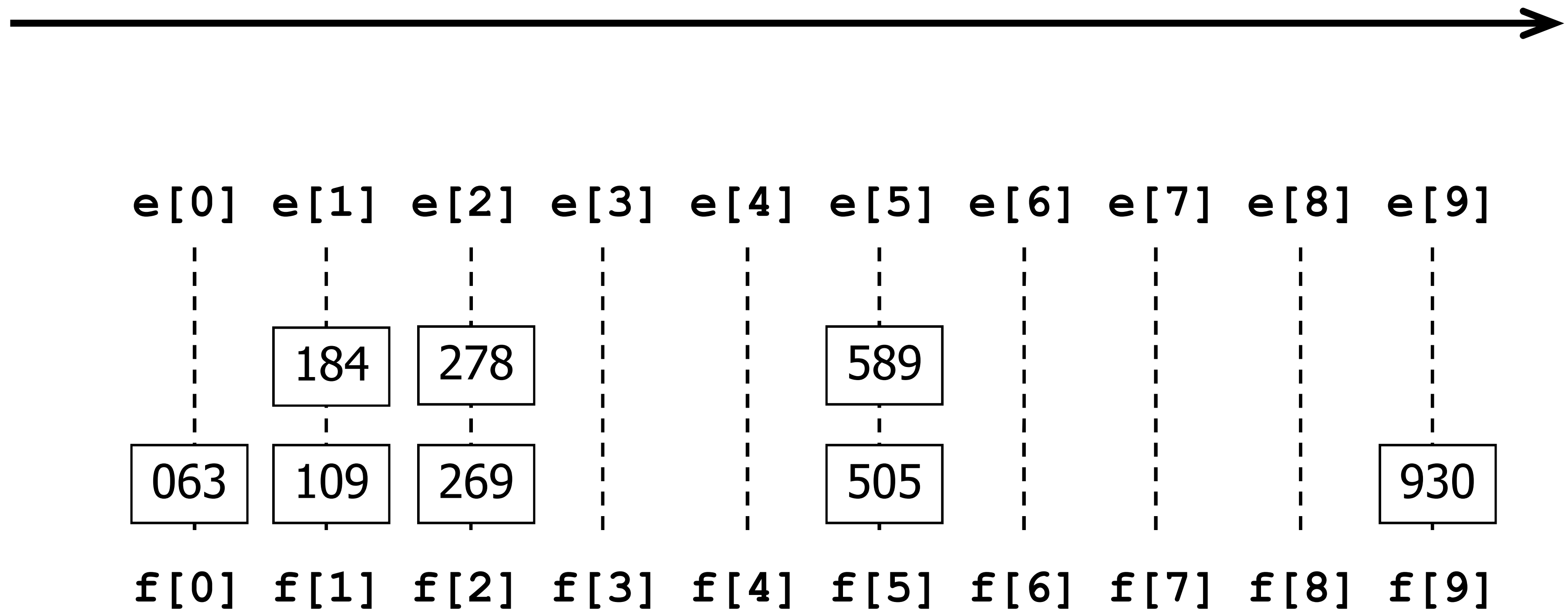
基数排序

- 第3趟：针对百位数
  - “分配”：扫描每一个记录，按照百位数分别放到相应的队列中



基数排序

- 第3趟：针对百位数
  - “收集”：将各队列的记录重新组织成一个链表



基数排序

- 具体的算法
  - 详见**P288**

各种内部排序方法的比较

	最好时间	最差时间	平均时间	空间复杂度	稳定性
直接插入	O(n)	$O(n^2)$	$O(n^2)$	O(1)	√
气泡法	O(n)	$O(n^2)$	$O(n^2)$	O(1)	√
直接选择	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	O(1)	×
快速排序	O(nlogn)	$O(n^2)$	O(nlogn)	O(logn)	×
堆排序		O(nlogn)	O(nlogn)	O(1)	×
归并排序		O(nlogn)	O(nlogn)	O(n)	√
希尔排序			$O(n^{1.3})$	O(1)	×

各种内部排序方法的比较

- 从平均时间来看
  - 快速排序、堆排序、归并排序处于同一数量级
  - 其中以快速排序为最优
    - 但是快速排序最差情况下复杂度较高
  - 堆排序和归并排序相比较
    - 归并排序速度较快
    - 但是消耗附加存储空间更多
    - 一般用于外部排序

各种内部排序方法的比较

- 简单排序方法
  - 包括气泡排序、直接插入、直接选择
  - 其中直接插入最简单
    - 当数据基本有序，或n很小时最佳
    - 常和其它“复杂排序方法”相结合
- 总之
  - 没有一种排序方法是最优的
  - 只能根据实际情况进行选择

各种内部排序方法的比较

- 算法是否稳定的简单推断
  - 通常，“比较”只发生在相邻两个记录之间的排序算法是稳定的
  - 有可能对不相邻的两个记录进行交换的算法是不稳定的

作业和思考题

- 作业
  - 习题集**P61**： **10.1(1)~(4)**
  - **(2)**中的增量**d[] = {5,3,1}**